

מכשירים פיננסיים עתידיים

מיכאל תבור – אלי דהן

14 אפריל 2007

מבוא

- הגדרה - מכשירים פיננסיים נגזרים (**Derivatives Instruments**) נחלקים למספר סוגים – חוזים עתידיים (**Forward או Futures**), סוופים, אופציות ונילה ואופציות אקזוטיות. לכל הסוגים ישנה תכונה משותפת: ערכם נגזר מערכו של נכס אחר (ומכאן שמם), המכונה נכס בסיס (**Underlying Asset**). עסקאות בנגזרים מכונות עסקאות עתידיות.
- הרעיון בבסיס קיומו של שוק המכשירים העתידיים, הוא בראש ובראשונה גידור סיכוני מחיר. שימוש במנטרלי סיכון, מאפשר להימנע מחשיפה לתנודות מחירים חריפות, ולהבטיח מחיר עסקה עתידית (הן לקונה והן למוכר).

מבוא - המשך

- מסחר עתידי בסחורות החל כבר במאה ה-16 בצפון אירופה, כאשר העסקות הנפוצות היו בתבואה, בקפה, בקקאו ובסחורות חקלאיות אחרות.
- למעשה ישנן עדויות למסחר עתידי עוד מהעת העתיקה.
- חוזה עתידי בין יעקב ללבן הארמי על רחל (נכס הבסיס) למסירה אחרי 7 שנים (מועד המסירה) כאשר דובר על מסירה פיזית (סוג הסליקה). מחיר המימוש במקרה הזה התבצע כעבודה במשך 7 שנים.
- ביום המסירה התברר כי איכות הסחורה לא מובטחת (התגלה כי מדובר בלאה) מאז התגבר הרצון בקרב סוחרים בסחורות עתידיות להיפטר מהחוזה לפני מימושו

מבוא - המשך

- אי סדירות באספקת התבואות היה הגורם העיקרי בקידום התפתחות שוק החוזים העתידיים. שפע סחורה גדול גרם לירידת מחירים והפסדים לאיכר בעוד בתקופות בהן הצטמצמה אספקת התבואות עלו המחירים ויצרו לחץ על הצרכן.
- המסחר בחוזים עתידיים על הסחורות נתן לאיכרים אפשרות לקבוע מראש את המחיר שיקבלו על תוצרתם, ובכך גם התאפשר להם לחשב את כדאיות ההשקעה בייצור.
- הצרכנים מצידם שמחו על האפשרות שתבטיח את אספקת הסחורה במועד ומחיר קבועים מראש.

מבוא - המשך



- ב- 1848 הקימו 28 סוחרים משיקגו את מועצת המסחר (Chicago Board Of Trade) – CBOT.
- מועצת המסחר הקימה בורסה, שבה נסחרו חוזים עתידיים סטנדרטיים, בהם הוגדרה הכמות, אופן האספקה, איכות ומועדי האספקה.
- על מנת להבטיח עמידה בתנאי החוזים נדרשו הצדדים להפקיד פיקדון בגובה 10% מערך החוזה.

הבדלים בין מסחר בנכס הבסיס למסחר במכשירים עתידיים

מכשירים עתידיים	מניה/סחורה – נכס הבסיס	
תשלום פרמיה ועמידה בתנאי בטחונות (בהתאם לסוג המכשיר העתידי).	תשלום מחיר מלא מראש	פיקדון (בטחונות)
תשואה וסיכון ממונפים (ההשקעה היא בגודל הפיקדון, ואילו רווח והפסד הם בהתאם לתנודות נכס הבסיס).	תשואה וסיכון על סכום ההשקעה	מנוף
התחייבות לספק או לרכוש את נכס הבסיס ביום המסירה לחוזים המסתיימים במסירה פיזית, אורך חיים מוגבל בזמן למספר חודשים ועד שנתיים.	בעלות, ללא הגבלת זמן, אפשרות לרווחי הון ו/או דיבידנדים	קשר לנכס הבסיס

הבדלים בין מסחר בנכס הבסיס למסחר במכשירים עתידיים - המשך

מכשירים עתידיים	מניה/סחורה – נכס הבסיס	
ניתן למכירה בחסר, מאפשר רווחים גם בשווקים יורדים ומצבי שוק אחרים.	בד"כ קשה לביצוע. בארץ עדיין לא ניתן למכור בחסר מניות או מדדים.	מכירה בחסר (Short)
אין הגבלה על כמות החוזים העתידיים ולמעשה הכמות היא אינסופית.	כמות מניות שחברה מנפיקה מוגבלת וידועה. לא ניתן לרכוש או למכור יותר מאלה הרשומות למסחר.	סחירות / נזילות
חוזים נעשים בין שני צדדים, קונה מול מוכר, ולהיפך, כך שעל כל צד שמרוויח יש צד נגדי שמפסיד (את אותו סכום)	מספר מוגבל של מחזיקי מניות, יתכן לפיכך מצב עודף ביקוש שיעלה את מחיר המניה. במקרה כזה כל מחזיקי המניה מרוויחים ואף אחד לא מפסיד.	משחק סכום אפס

הבדלים בין מסחר בנכס הבסיס למסחר במכשירים עתידיים - המשך

מכשירים עתידיים	מניה/סחורה – נכס הבסיס	
<p>Cash – מסירה בהתחשבות כספית – Settlement – במועד פקיעת החוזה מחשבים את הפרש בין המחיר שהוסכם בחוזה לבין המחיר למסירה מיידית. הפרש מועבר בין הקונה למוכר .</p>	<p>מניה עוברת לקונה בעבור תשלום ערך המניה בבורסה או ערך מוסכם בין קונה למוכר בעסקה מחוץ לבורסה</p>	מסירה
<p>מסירה פיזית – הסחורה (נכס הבסיס) עוברת מהמוכר לקונה במקום ובמועד שנקבעו. לצורך העניין, בחוזה על תירס, תימסר פיזית כמות התירס המוסכמת בחוזה, במיקום ובזמן המוגדר.</p>		

סיכונים עיקריים בהשקעות בשוק הנגזרים

- **הכרת שוק** – נדרשת הבנה מינימלית של שוק הנגזרים (כללי משחק, מועדי מסחר, סוגי סליקה ...) והתאמת האסטרטגיה הנכונה למצב השוק מצד אחד, והבנה כלכלית של שוק נכס הבסיס מצד שני (כוחות ביקוש והיצע, השפעות אקלים, עונתיות...)
- **בטחונות** – המשקיע נדרש להפקיד בטחונות, לצורך הבטחת יכולתו לעמוד בהתחייבויותיו. בשל החישוב היומי של מסלקת הבורסה של גובה הבטחונות, יתכנו מצבים של סגירת פוזיציה ללקוח שלא עומד בדרישת הבטחונות.
- **עלויות עסקה** – יש להביא בחשבון את עלויות העסקה הנוספות – העמלות. העמלות מצטברות כאשר מבצעים מספר רב של פעולות, ולעיתים ייווצר הפסד (ביחס להשקעה חלופית חסרת סיכון) למרות שהאסטרטגיה עצמה הייתה רווחית.

סיכונים עיקריים בהשקעות בשוק הנגזרים

- **סחירות –** בעת ביצוע עסקה כדאי להביא בחשבון את רמת הסחירות של אותו מכשיר פיננסי. רכישה גדולה של מכשיר פיננסי לא סחיר תעלה את מחירו ותפגע ברווחיות פעם אחת, ומכירה גדולה של המכשיר הלא סחיר תוריד את מחירו ותפגע ברווחיות פעם שנייה.
- **מעורבות רגשית –** המשקיע שנמצא בפוזיציה, מפתח מעורבות רגשית וחדל להיות אובייקטיבי. נדרשת משמעת עצמית לעמידה בתכנון המקדים בו מוגדרים כל הפרמטרים הרלוונטיים לכניסה לפוזיציה נתונה (עלות, תשואה נדרשת, גודל בטחונות מקסימלי וגודל סיכון אותו מוכן המשקיע לקחת וכיו"ב).
- **הערכת שווי –** ניתן לקבל הערכה טובה, בניגוד למכשירים הפיננסיים הרגילים, לגבי שוויו של המכשיר הפיננסי העתידי ע"י שימוש במודלים מתמטיים סטטיסטיים, ובכך להימנע מטעויות קריטיות כמו מכירה בזול או קניה ביוקר.

חוזת עתידים

(Forward או Futures)

הגדרות*

- חוזה עתידי, המוכר בשם Future או Forward, הינו הסכם בין שני צדדים, למסירה עתידית של סחורה או של נכס.

- כל חוזה חייב להגדיר את הנתונים הבאים:

- ✓ תאור הנכס

- ✓ כמות

- ✓ מועד העברת בעלות

- ✓ מקום מסירה

- ✓ מחיר

- *עיקרי ההגדרות נלקחו מהספר אופציות וחוזים עתידיים של רמי ששון ויהודה בן אסאייג מהדורה 3 הוצאת לומדון 2005

הגדרות - המשך

חוזה – Forward

- חוזה למסירה עתידית, הסכם "תפור לפי מידה" בין שני הצדדים, אשר בו ניתן להתאים את סוג הסחורה, כמות ותאריך מסירה, על-פי צרכי הקונה והמוכר.
- הצדדים לעסקה יכולים להיות צרכן ויצרן, שני גופים מסחריים וכדומה.

הגדרות - המשך

Future – חוזה

- חוזה עתידי סטנדרטי הנסחר בבורסות העולם, כאשר פרטי החוזה כגון סוג הנכס, הכמות ותאריך הפקיעה קבועים מראש, ונקבעים על ידי הבורסה.
- ישנם חוזים עתידיים בבורסות השונות בעולם על מגוון נכסים, ביניהם, סחורות, מחצבים, מטבעות, אג"ח, מדדי אג"ח, שיעורי ריבית, מניות ומדדי מניות.

הגדרות - המשך

Long

- מצב שוק Long – מי שמצבו בשוק Long, הנכס שייך לו, בין אם פיזית או עתידית (Belong).
- שייכות זו (Long) יכולה לבוא לידי ביטוי בכמה אופנים:

- ✓ הנכס הפיזי או המניה בבעלותנו – Long Cash
- ✓ קנינו חוזה עתידי – התחייבות לקנות את הנכס בעתיד
- ✓ קנינו אופציית Call – זכות קניית הנכס בעתיד
- ✓ מכרנו אופציית Put – נתנו זכות לאחר למכור לנו את נכס הבסיס בעתיד

הגדרות - המשך

Short

- מצב שוק Short – מי שמצבו בשוק Short, הנכס נמצא עבורו בחסר, בין אם פיזית או עתידית.
- חסר זה (Short) יכולה לבוא לידי ביטוי בכמה אופנים:

- ✓ מכרנו או התחייבנו לספק סחורה / נכס פיזי
- ✓ מכרנו חוזה עתידי – התחייבות למכור את הנכס בעתיד
- ✓ קנינו אופציית Put – זכות למכור את הנכס בעתיד
- ✓ מכרנו אופציית Call – נתנו זכות לאחר לקנות מאיתנו את נכס הבסיס בעתיד

הבדלים בין Forward ל- Futures

FORWARD	FUTURES	
חדרי עסקאות	בורסות העולם	מקום המסחר
בעיקר מט"ח או סחורות מיוחדות	סחורות, מטבעות, ריבית, מדדים, אג"ח	נכס בסיס
ישיר וידוע	לא ידוע, לקוח/חבר מסלקה מול מסלקת הבורסה	צדדים לעסקה
על-פי צרכי הלקוח	סטנדרטי וקבוע	היקף החוזה
על-פי צרכי הלקוח	קבוע לתאריכים מסוימים	מועד פדיון
לא קבועה	לרוב כספית	צורת המסירה
מימוש בתום חוזה	מידי יום – Mark To Market	מימוש רווח / הפסד
אחוז מערך נכס הבסיס, כ- 10% לחוזה	קבועים ומתעדכנים ע"י הבורסה	בטחונות
אין	קבועה ומתעדכנת ע"י הבורסה	מגבלת תנודת מחיר
רוב שעות היום	לפי שעות המסחר בבורסה	שעות מסחר

דוגמא 1 – ארביטראז'

• רכישת/מכירת חוזה על נכס הבסיס (במקרה זה מדד ת"א 25).

- $S = 970$
- $r = 5\%$
- $T = 1 \text{ month}$
- $F_x = 974$

$$F_x = S(1+r)^T$$

Long של נכס הבסיס	Short Fx	Long Fx	Spot עתידי
(2000)	2400	(2400)	950
(1000)	1400	(1400)	960
0	400	(400)	970
400	0	0	974
1000	(600)	600	980
2000	(1600)	1600	990

קניית חוזה עתידי כמוה כרכישת נכס הבסיס באשראי (מחיר החוזה הוא הערך העתידי של המחיר הנוכחי של נכס הבסיס מהוון קדימה בריבית חסרת סיכון).

דוגמא 1 - המשך

- כעת נניח (עבור אותם נתונים) כי החוזה נסחר בשוק, במחיר גבוה מהמחיר של נכס הבסיס המהוון קדימה בריבית חסרת הסיכון, נניח $F_x = 975$.
- במקרה זה ניתן להפיק רווחי ארביטראז'
- ארביטראז' – רווח חסר סיכון (גבוה מריבית חסרת הסיכון לבדה).
- שחקני הארביטראז' יבצעו את הפעולות הבאות:
 - ✓ ימכרו חוזה (Short) $F_x=975$.
 - ✓ ירכשו את נכס הבסיס ב- 97000 ₪
 - ✓ ייקחו הלוואה בסה"כ של 97000 ₪
- נבדוק את תזרים המזומנים מפעולות אלה:

דוגמא 1 - המשך

סה"כ תזרים	תזרים מפירעון ההלוואה	תזרים ממכירת נכס הבסיס בעת מימוש החוזה	רווח/הפסד ממימוש החוזה Fx=975	Spot עתידי
+100	(97400)	95000	2500	950
+100	(97400)	96000	1500	960
+100	(97400)	97000	500	970
+100	(97400)	97400	100	974
+100	(97400)	97500	0	975
+100	(97400)	98000	(500)	980
+100	(97400)	99000	(1500)	990

דוגמא 2 – נטרול סיכונים

• חברה ישראלית מחזיקה היום בקופתה 42.5 מיליון ₪ לטובת תשלום על עסקת יבוא בסכום של 10 מיליון \$. התשלום אמור להימסר בתוך חצי שנה. בשל החשיפה לפיחות השקל (החברה חוששת כי תזדקק ליותר מ-42.5 מיליון ש"ח לשלם את הסכום) החליטה החברה לגדר את הסיכון ע"י קניית חוזה עתידי מסוג Forward. (הריביות שלהלן מבוססות על ריביות אג"ח קצרות)

- $S = 4.25$
- $r_{₪} = 4.6\%$
- $r_{\$} = 4.9\%$
- $T = 0.5 \text{ Year}$

$$F_X = S \cdot \left(\frac{1 + r_{\text{שקל}}}{1 + r_{\$}} \right)^T = 4.25 \cdot \left(\frac{1.046}{1.049} \right)^{0.5} = 4.2439$$

נחשב את

הערך
התיאורטי
החוזה:

דוגמא 2 – המשך

- נבדוק את תזרימי המזומנים, במודל שלהלן אין התייחסות לביטחונות:

סה"כ תזרים פיקדון דולרי*	סה"כ תזרים חוזה ופיקדון שקלי	תזרים מקניית 1000 חוזים $Fx=4.2439$	שווי התשלום הדולרי בשקלים	Spot עיתי
+992,487	+1,027,500	(1,439,000)	(41,000,000)	4.1
+1,016,694	+1,027,500	(439,000)	(42,000,000)	4.2
+1,027,320	+1,027,500	0	(42,439,000)	4.2439
+1,028,798	+1,027,500	61,000	(42,500,000)	4.25
+1,040,901	+1,027,500	561,000	(43,000,000)	4.3
+1,065,108	+1,027,500	1,561,000	(44,000,000)	4.4

הפקדת 42.5 מיליון ש"ח בפיקדון שקלי תיתן 43.4665 מיליון ₪

*ללא חוזה

הפקדת 10 מיליון \$ בפיקדון דולרי תיתן 10.242 מיליון \$.

אופציה נוספת (רוּן צדוק)

- נבדוק עבור המרת 97.6365% מהכסף לדולרים כלומר ל- \$9,763,651

- סכום זה יהפוך בסוף התקופה ל- 10 מיליון \$

- היתרה ניתנת להשקעה בפיקדון שקלי

- התוצאה המתקבלת (+ \$1,027,325) תהיה כמעט זהה לתוצאה של קניית 1000 חוזים והפקדת היתר בפיקדון שקלי. (+ \$1,027,500)

חישובים 1 - מחיר עתידי של 4.1

- בקופה שוהים 42,500,000 ₪
- במחיר עתידי של \$ - 4.1 ₪
- נשלם ביום המימוש 41,000,000 ₪
- נשלם על החוזים 1,439,000 ₪ = הפסד ההימור
- רווח נטו 61,000 ₪ \$10,000,000 מוכפל ב- 0.0061 (הפרש בין החוזה לספוט)
- את הכסף השקעתי בפיקדון שקלי וקיבלתי ריבית של 2.274%
966,500 ₪
- $1,027,500 = 966,500 + 61,000$ ₪
- החלופה היתה להמיר ל-\$ ולהפקיד בריבית \$ הרווח:
- $992,487 = 4.1 \times \$242,070$ ₪

חישובים 2 - מחיר עתידי של 4.2

- בקופה שוהים 42,500,000 ₪
- במחיר עתידי של \$ - 4.2 ₪
- נשלם ביום המימוש 42,000,000 ₪
- נשלם על החוזים 439,000 ₪ = הפסד ההימור
- רווח נטו 61,000 ₪ $\$10,000,000$ מוכפל ב- 0.0061 (הפרש בין החוזה לספוט)
- את הכסף השקעתי בפיקדון שקלי וקיבלתי ריבית של 2.274%
966,500 ₪
- $1,027,500 = 966,500 + 61,000$ ₪
- החלופה היתה להמיר ל-\$ ולהפקיד בריבית \$ הרווח:
- $1,016,694 = 4.2 \times \$242,070$ ₪

חישובים 3 - מחיר עתידי של 4.2439

- בקופה שוהים 42,500,000 ₪
- במחיר עתידי של \$ - 4.2439 ₪
- נשלם ביום המימוש 42,439,000 ₪
- לא נשלם דבר על החוזים BE
- רווח נטו 61,000 ₪ $\$10,000,000$ מוכפל ב- 0.0061 (הפרש בין החוזה לספוט)
- את הכסף השקעתי בפיקדון שקלי וקיבלתי ריבית של 2.274%
₪ 966,500
- $1,027,500 = 966,500 + 61,000$ ₪
- החלופה היתה להמיר ל-\$ ולהפקיד בריבית \$ הרווח:
- $1,027,320 = 4.2439 \times \$242,070$ ₪

חישובים 4 - מחיר עתידי של 4.3

- בקופה שוהים 42,500,000 ₪
- במחיר עתידי של \$ - 4.3 ₪
- נשלם ביום המימוש 43,000,000 ₪
- נקבל בחוזים 561,000 ₪
- רווח נטו 561,000 ₪ \$10,000,000 מוכפל ב- 0.0561 (הפרש בין החוזה לספוט)
- ה-500,000 רווח מתקזז בין 42.5 מיליון ל-43 מיליון ₪
- את הכסף השקעתי בפיקדון שקלי וקיבלתי ריבית של 2.274% 966,500 ₪
- $1,027,500 = 966,500 + 61,000$ ₪
- החלופה היתה להמיר ל-\$ ולהפקיד בריבית \$ הרווח:
- $1,040,901 = 4.3 \times \$242,070$ ₪

דוגמא 2 – סיכום

- נבחן את החלופות:
- קניית 1000 חוזים והחזקת מזומן שקלי – הייתה משאירה בקופת החברה רווח של 61,000 ₪ עבור כל שער חליפין עתידי. (בדיוק הסכום שנוצר מהפרש הריבית על כל הסכום.
- קניית 1000 חוזים והפקדה בפיקדון שקלי – הייתה משאירה בקופת החברה רווח של 1,027,500 ₪ עבור כל שע"ח עתידי. (זהה להפקדה בפיקדון דולרי של \$9,763,651 ואת היתרה בפיקדון שקלי)
- המרה לדולרים והפקדה בפיקדון דולרי (ללא חוזה) - הייתה משאירה בקופת החברה רווח דולרי של \$242,070. כמובן שאופציה זו עדיפה על האופציות האחרות מאחר ומלכתחילה מטרת החברה הייתה להגן מפיחות הדולר מול השקל.
- המסקנה שכאשר ריבית הדולר גבוהה מריבית השקל, ההגנה מול עליית הדולר בעת שיש כסף בקופה, אינה נכונה, ההפסד האלטרנטיבי גבוה יותר.

הנחה – עמלות המרה זניחות

אופציות Options

הגדרות

- אופציה היא חוזה בין שני צדדים, המקנה לרוכש אותה זכות, ללא התחייבות, לקנות או למכור כמות קבועה של נכס מסוים, למשך תקופת זמן מוגדרת, במחיר קבוע מראש

הגדרות - המשך

אופציית רכש – CALL

מקנה לרוכש האופציה זכות לקנות את
נכס הבסיס במחיר מימוש עד למועד
הפקיעה

הגדרות - המשך

אופציית מכר – PUT

מקנה לרוכש האופציה זכות למכור את
נכס הבסיס במחיר מימוש עד מועד
הפקיעה

הגדרות - המשך

- **רוכש האופציה – קונה לעצמו זכות לקנות (או למכור) מכותב האופציה את נכס הבסיס במחיר המימוש עד תאריך פקיעת האופציה.**
- **לרוכש האופציה אין התחייבות לבצע את הפעולה והיא תבוצע רק אם תהיה כדאית מבחינה כלכלית.**

הגדרות - המשך

- **מוכר האופציה –** (נקרא גם כותב האופציה) התחייב לספק או לקנות לרוכש האופציה את נכס הבסיס על פי דרישה, במחיר המימוש עד מועד פקיעת האופציה.

הגדרות - המשך

- פרמיה (מחיר האופציה) – תמורת הזכות שקיבל, משלם רוכש האופציה לכותב האופציה, סכום כסף בזמן רכישת האופציה. התשלום הוא חד פעמי ובלתי חוזר והוא משקף את הערך הכלכלי של האופציה

מאפייני האופציה

• נכס הבסיס – THE UNDERLYING
ASSET

–נכס הבסיס הוא הנכס שעליו רשומה
האופציה

–יכול להיות סחורה כלשהי, מניה, מדד
מניות או אף חוזה עתידי

מאפייני האופציה - המשך

- מכפיל נכס הבסיס - מספר הפעמים שנכס הבסיס נכלל באופציה אחת
- בשוק המעו"ף בת"א נקבע מכפיל נכס הבסיס ל – 100. כלומר אופציה אחת היא על 100 פעמים מדד המעו"ף.
- על הדולר: \$10,000 לאופציה

מאפייני האופציה - המשך

- **EXERCISE PRICE – מחיר מימוש**
המחיר שנקבע מראש בו יוכל רוכש האופציה לקנות או למכור את נכס הבסיס אם ירצה בכך

- **EXPIRATION DATE – מועד פקיעה**
מועד פקיעת החוזה. בדרך כלל לכל אופציה מוגדר בשמה יום מימוש קבוע.
בישראל במדד מעו"ף נקבע יום המימוש ליום חמישי האחרון בחודש הפקיעה

סוגי אופציות

- **אמריקאית - American Type Option**

מעניקה לרוכש אותה זכות למימוש בכל עת עד לתאריך הפקיעה

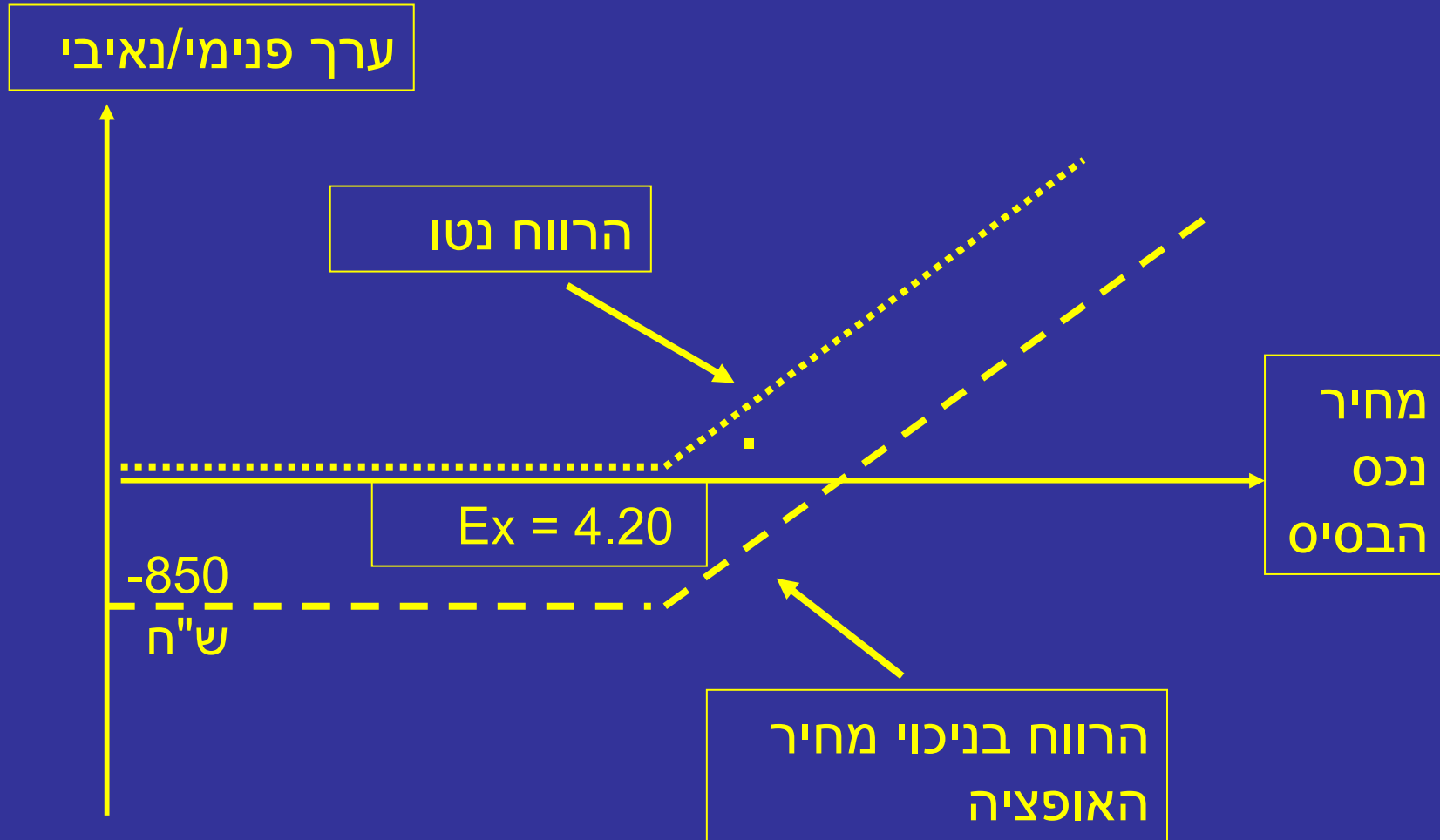
- **אירופאית – European Type Option**

ניתנת למימוש רק ביום הפקיעה. האופציות הנסחרות בשוק המעו"ף בת"א הינן מסוג אירופאי

דוגמאות

- דוגמא 1:
- אופציה על הדולר C420JUN \$07.02.2007
- אופציה למועד מימוש ביום הקובע ביוני , מחיר המימוש 420 כלומר לכל \$1 - 4.2 ₪.
- מחיר האופציה 850 ₪ ל-\$10,000
- שער יציג \$ = 4.243 ₪
- נבחן את התוצאות האפשריות:

הרווח מאופציית רכש – דוגמא גרפית



חישוב רווחי האופציה – דוגמא 1

שער הדולר ב ש	הפרש ל\$	רווח ברוטו לרוכש האופציה ב ש	רווח נטו בניכוי פרמיה ב ש	אחוז רווח/הפסד על ההשקעה
4.00	-0.2	0	-850	-100%
4.10	-0.1	0	-850	-100%
4.20	0	0	-850	-100%
4.25	0.05	500	-350	-59%
4.30	0.1	1000	150	17.6%
4.40	0.2	2000	1,150	135.3%
4.50	0.3	3000	2,150	252.9%

דוגמאות

- דוגמא 2:
- אופציה על הדולר P420JUN \$07.02.2007
- אופציה למועד מימוש ביום הקובע ביוני , מחיר המימוש 420 כלומר לכל \$1 - 4.2 ₪.
- מחיר האופציה 814 ₪ ל-\$10,000
- שער יציג \$ = 4.243 ₪
- נבחן את התוצאות האפשריות:

חישוב רווחי האופציה – דוגמא 2

רווח/הפסד ב- % מההשקעה	רווח נטו בניכוי פרמיה ב ₪	רווח ברוטו לרוכש האופציה ב ₪	הפרש \$	שער הדולר ב ₪
146%	1186	2000	-0.2	4.00
23%	186	1000	-0.1	4.10
-39%	- 314	500	0.05	4.15
-100%	-814	0	0	4.20
-100%	- 814	0	0.1	4.30
-100%	-814	0	0.2	4.40

דוגמאות

- דוגמא 3:
- אופציה על מדד ת"א 25 08.02.2007 P970FEB
- אופציה למועד מימוש ביום הקובע בפברואר, מחיר המימוש 970 כלומר לכל נקודה מתחת ל- 970 מתקבלים 100 ₪
- מחיר האופציה 1049 ₪
- שער המדד 970.71
- נבחן את התוצאות האפשריות:

חישוב רווחי האופציה – דוגמא 3

רווח נטו בניכוי פרמיה ב שח	רווח ברוטו לרוכש האופציה ב שח	הפרש בנקודות	מדד ת"א 25
951	2000	20	950
-49	1000	10	960
-549	500	5	965
-1049	0	0	970
-1049	0	-5	975
-1049	0	-10	980

דוגמאות

- דוגמא 4:
- אופציה על מדד ת"א 25 08.02.2007 C970FEB
- אופציה למועד מימוש ביום הקובע בפברואר, מחיר המימוש 970 כלומר לכל נקודה מעל ל- 970 מתקבלים 100 ₪
- מחיר האופציה 955 ₪
- שער המדד 970.71
- נבחן את התוצאות האפשריות:

חישוב רווחי האופציה – דוגמא 4

רווח נטו בניכוי פרמיה ב ₪	רווח ברוטו לרוכש האופציה ב ₪	הפרש בנקודות	מדד ת"א 25
-955	0	-10	960
-955	0	-5	965
-955	0	0	970
-455	500	5	975
5	1000	10	980
1005	2000	20	990
2005	3000	30	1000

ערך האופציה

ערך האופציה = ערך פנימי + ערך זמן

- ערך האופציה מורכב מהערך הפנימי הנקרא גם השווי הנאיבי ועוד ערך הזמן, דהיינו פוטנציאל הרווח מאחזקת האופציה

ערך נאיבי/פנימי

- ערך זה הינו הערך הנובע ממימוש מידי של האופציה
- לאופציית רכש CALL מחושב הערך הפנימי לפי מחיר הנכס פחות מחיר המימוש
- לאופציית מכר PUT מחושב הערך הפנימי לפי מחיר המימוש פחות מחיר הנכס

ערך פנימי/נאיבי - המשך

- ביום הפקיעה אין לאופציה כל ערך נוסף ולכן שווייה הוא הערך הפנימי בלבד
- באופציות בהן לא ניתן לממש באופן מיידני ערך החישוב באופן דומה אם כי הערך המתקבל הוא תיאורטי בלבד

ערך הזמן

- ערך הזמן של האופציה נובע מהעובדה שבמשך הזמן יש לאופציה סיכוי להגיע לערכים גבוהים יותר עקב תנודות בנכס הבסיס

• לכן:

- ככל שהזמן למימוש ארוך יותר יהיה ערך האופציה גדול יותר
- ככל שהתנודתיות של נכס הבסיס גדולה יותר כך יהיה ערך האופציה גדול יותר

הרכב השווי

ערך האופציה = ערך פנימי + ערך זמן

- באופציה שבדוגמא 4, השווי הנאיבי (הערך הפנימי) הינו 71 ₪
- מחיר האופציה הינו 955 ₪
- המשמעות שהשוק מתמחר את פוטנציאל הרווח הנוסף (ערך הזמן) ב – 884 ₪

הגדרת מצב האופציה

- **האופציה בתוך הכסף**: (in the money) – כאשר השווי הנאיבי חיובי. למשל אם מדד המעוף 970 ומחיר המימוש 950 עבור אופציית CALL
- **האופציה מחוץ לכסף**: (out of the money) כאשר תחשיב השווי הנאיבי נותן ערך שלילי (למעשה השווי אפס). למשל אם מדד המעוף 970 ומחיר המימוש 990 עבור אופציית CALL
- **האופציה בכסף**: (at the money) כאשר השווי הנאיבי קרוב לאפס כמו בדוגמאות 1-4.

השוואת אופציות CALL

• תאריך 08.02.2007 מדד המעוף 970.71

שם האופציה	שער	שווי נאיבי	שווי הזמן	סיכויי מימוש
C930FEB	4089	4000	89	גדולים
C950FEB	2346	2000	346	גדולים
C970FEB	955	0	955	בינוניים
C990FEB	231	0	231	קטנים
C1010FEB	60	0	60	קטנים מאד
C930MAR	4903	4000	903	גדולים
C950MAR	3470	2000	1,470	גדולים
C970MAR	1986	0	1,986	בינוניים
C990MAR	1117	0	1,117	בינוניים קטנים
C1010MAR	506	0	506	קטנים

השוואת אופציות PUT

• תאריך 08.02.2007 מדד המעוף 970.71

שם האופציה	שער	שווי נאיבי	שווי הזמן	סיכוי מימוש
P930FEB	209	0	209	קטנים
P950FEB	451	0	451	בינוניים
P970FEB	1049	0	1,049	בינוניים גדולים
P990FEB	2320	2000	320	גדולים
P1010FEB	4142	4000	142	גדולים מאד
P930MAR	680	0	680	קטנים
P950MAR	1123	0	1,123	בינוניים קטנים
P970MAR	1820	0	1,820	בינוניים
P990MAR	2834	2000	834	בינוניים גדולים
P1010MAR	4172	4000	172	גדולים

אופציה על מנייה ספציפית

- בשווקים בחו"ל ישנן אופציות גם על רוב המניות המבוססות (מיקרוסופט, אינטל, טבע, פייזר...)
- האופציות גם במקרה זה, מאפשרות גידור סיכונים מחד, ומינוף לרווח מאידך.
- מועדי המימוש הם בקפיצות של חודשים, מחודש אחד ועד לשלוש שנים.
- (אופציות מעל 9 חודשים נקראות גם ליפ – LEAPs Long-term Equity Anticipation Products עליהן נדון בהמשך) **כל אופציה אמריקאית היא עבור 100 מניות** כאשר המחיר הנקוב הוא מחיר האופציה ביחס למניה בודדת.

אופציה על מנייה ספציפית

הנתונים לפי פברואר 2007

- **דוגמא 1**
- משקיע ב"טבע" מאמין גדול בחברה.
- \$778 שהשקיע בשנת 1984 הפכו יחד עם הדיבידנדים לכ-\$350,000. המניה נסחרת בבורסה במחיר \$35 (המשקיע מחזיק 10,000 מניות).
- לאור חששותיו מהחלפת הנשיא והמנכ"ל מקובב, החליט שלפחות בטווח הקרוב הוא רוצה להגן על השקעתו.
- המשקיע מתלבט בין קניית 100 אופציות PUT ליוני בכסף, לבין קניית 100 אופציות PUT לינואר בכסף.

אלי לטפל בתחשיב המפורט

- מחיר אופציה P35JAN08 הוא \$235 (7.3% ממחיר 100 מניות בחישוב שנתי)
- , בעוד מחיר אופציה P35JUN07 הוא \$115 (8.1% בחישוב שנתי).
- הסליקה במניות אמריקאיות היא פיזית. המשקיע מתכוון בכל מקרה להישאר עם מניות החברה, ולכן הוא מתכוון למכור את האופציות מעט לפני הפקיעה.

אופציה על מנייה – דוגמא 1

סה"כ שווי נכסי (החזקת מניה + שווי אופציה)	החזר בניכוי עלות בסוף תקופה P35JUN 07	סה"כ שווי נכסי (החזקת מניה + שווי אופציה)	החזר בניכוי עלות בסוף תקופה P35JAN 08	שווי החזקת המניה ב-\$	שער המניה בבורסה ב-\$ מעט לפני מועד פקיעה
338,500	138,500	326,500	126,500	200,000	20
338,500	88,500	326,500	76,500	250,000	25
338,500	38,500	326,500	26,500	300,000	30
338,500	-11,500	326,500	-23,500	350,000	35
388,500	-11,500	376,500	-23,500	400,000	40
438,500	-11,500	426,500	-23,500	450,000	45
488,500	-11,500	476,500	-23,500	500,000	50

ניתן לראות בעצם בתשלום על האופציה כפרמיית ביטוח של הנכס כאשר כאן הנכס הוא מניות החברה. בעלייה של הנכס המשקיע אמנם מרוויח פחות אך לעומת זאת בירידה, הפסדו חסום מלמטה. תוספת הזמן בו המשקיע לא יהיה חשוף עולה כסף.

אופציה על מנייה בודדת

- **דוגמא 2**
- משקיע אחר מחזיק בידיו \$350,000. העיקרון המנחה משקיע זה הוא תשואה מקסימאלית אפשרית עד ינואר 2008, תוך שמירה על הקרן.
- גם משקיע זה הוא מאמין גדול בחברת טבע. המניה נסחרת בבורסה ב - \$35.
- הריבית עבור פיקדון דולרי היא 4.9% לשנה.
- 350,000 מהוונים הם \$334,984 (11 חודשים)
- הכסף שנותר בידיו לפיכך להשקעה הוא \$15,016.
- נבדוק את האפשרויות:

אופציה על מנייה בודדת – המשך דוגמא 2

- רכישת מניות טבע (429 יחידות = \$15,015)
- רכישת אופציות רכש – מועד מימוש ינואר 2008 (11 חוד' קדימה), מחיר מימוש \$35 (בכסף). $C35Jan08 = 4.1\$$.
מאחר ומדובר בחבילות של 100 מניות, ברכישה נרכוש 36 אופציות. יתרת הכסף (\$256) זניחה ביחס לסכום ההשקעה.
- רכישת אופציות רכש – מועד מימוש ינואר 2008, מחיר מימוש \$40 (מחוץ לכסף). $C40Jan08 = 2.3\$$. כאן נרכוש 65 אופציות. יתרת הכסף (\$66) זניחה.
- רכישת אופציות רכש – מועד מימוש ינואר 2008, מחיר מימוש \$35 (בתוך הכסף). $C30Jan08 = 7.8\$$. כאן נרכוש 19 אופציות. יתרת הכסף (\$196) זניחה.

אופציה על מנייה בודדת – דוגמא 2

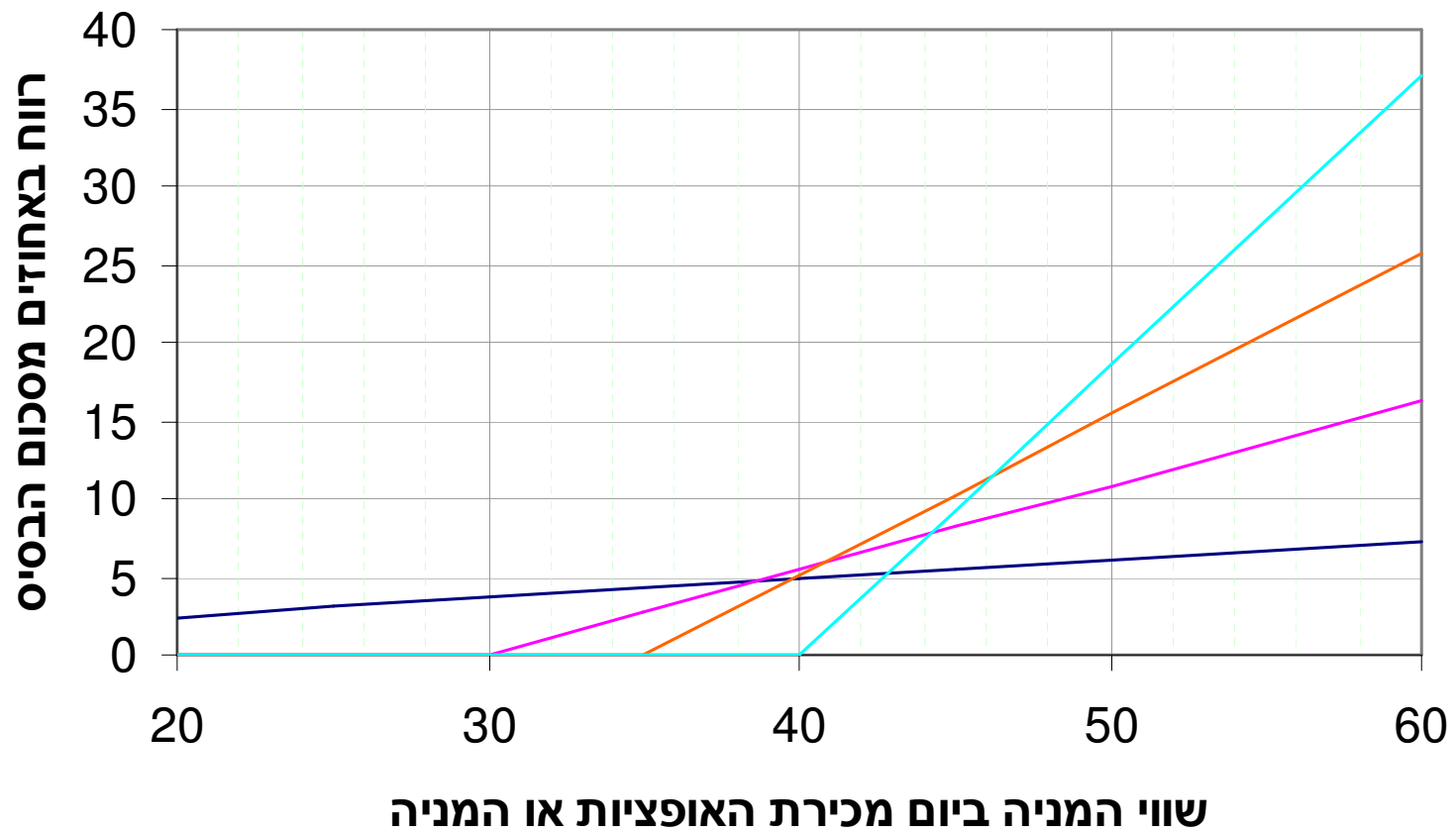
סה"כ רווח באחוזים מסכום הבסיס	החזקת 36 אופציות בכסף C35JAN 08	סה"כ רווח באחוזים מסכום הבסיס	שווי החזקת המניה ב-\$	שער המניה בבורסה ב-\$ מעט לפני מועד פקיעה
0	0	2.45%	8,580	20
0	0	3.06%	10,725	25
0	0	3.68%	12,870	30
0	0	4.29%	15,015	35
5.14%	18,000	4.9%	17,160	40
10.28%	36,000	5.52%	19,305	45
15.42%	54,000	6.13%	21,450	50
25.71%	90,000	7.35%	25,740	60

אופציה על מנייה בודדת – דוגמא 2

סה"כ רווח באחוזים מסכום הבסיס	החזקת 19 אופציות C30JAN 08	סה"כ רווח באחוזים מסכום הבסיס	החזקת 65 אופציות C40JAN 08	שער המניה בבורסה ב-\$ מעט לפני מועד פקיעה
0	0	0	0	20
0	0	0	0	25
0	0	0	0	30
2.71%	9,500	0	0	35
5.43%	19,000	0	0	40
8.14%	28,500	9.14%	32,500	45
10.86%	38,000	18.57%	65,000	50
16.28%	57,000	37.14%	130,000	60

השוואת התשואה בין האפשרויות המוצגות

— מניה — C30 — C35 — C40



אופציה על מנייה בודדת – דוגמא 2 סיכום

- ניתן לראות כי התשואה האופטימאלית תלויה בשער המניה ביום הרלוונטי (מעט לפני מועד המימוש), ולפיכך תלויה ההשקעה בהערכת המשקיע את התנהגות המניה במהלך התקופה.
- עבור שווי מניה חזוי הנמוך מ- \$38.75 במהלך ועד סוף התקופה, התשואה הגבוהה ביותר (עד 4.75%) הינה עבור רכישת מניות.
- עבור שווי מניה חזוי בין \$38.75 - \$40.6 במהלך ועד סוף התקופה, התשואה הגבוהה ביותר (4.75%-5.75%) הינה עבור אופציה עם מחיר מימוש \$30 (בתוך הכסף).
- עבור שווי מניה חזוי בין \$40.6 - \$46.35 במהלך ועד סוף התקופה, התשואה הגבוהה ביותר (5.75%-11.65%) הינה עבור אופציה עם מחיר מימוש \$35 (בכסף).
- עבור שווי מניה חזוי מעל \$46.35 במהלך ועד סוף התקופה, התשואה הגבוהה ביותר (תשואה של מעל 11.65%) היא עבור האופציה עם מחיר מימוש \$40 (מחוץ לכסף).

LEAPs - Long-term Equity Anticipation Products

- LEAPs הן אופציות רגילות, כאשר ייחודן הוא טווח ארוך (זמן לפקיעה מעל 9 חודשים ועד 3 שנים). כשנשארים פחות מ-9 חודשים, הופכת האופציה לאופציה רגילה עם סימול חדש.
- הזמן הארוך של האופציה עד לפקיעה, מאפשר תכנון מהלכים ושימוש כמגן להשקעות לטווחי זמן בינוניים.
- היתרון הגדול של ה-LEAPs הוא בכך שהוא מאפשר יותר זמן למשקיע להיות צודק.
- בשקפים הקודמים "אופציות על מניות", בדוגמאות 1 ו-2, האופציות עם תאריך מימוש בינואר 2008 הם בעצם LEAPs (11 חודשים).

כתבי אופציה
WARRANTS

כתבי אופציה WARRANTS

- כתב אופציה - אופציה שהונפקה על ידי חברה מסוימת המקנה למחזיק בה את הזכות לרכוש מניות חדשות של החברה במחיר מימוש קבוע מראש, כאשר כספי המימוש הופכים לנכסי החברה.

- להבדיל מהאופציות CALL ו-PUT המהוות למעשה הימור על מחיר המניה ללא מעורבות של החברה הנוגעת בדבר

השוואה בין כתב אופציה ואופציית CALL

אופציית CALL	כתב אופציה	
מונפקת ע"י כותב האופציה	מונפק ע"י החברה	הנפקה
ללא הצמדה (בדרך כלל)	דולר או מדד (בדרך כלל)	סוג הצמדה
חודשים אחדים	חודשים עד שנים	אורך חיי האופציה
חבילת מניות (100 בת"א 25, \$10,000 בשקל \$)	בדרך כלל – כתב אופציה אחד מול מניה אחת	מכפיל נכס הבסיס
בדרך כלל אירופאית	בדרך כלל אמריקאית	סוג האופציה
קיימת אופציית PUT במועד פקיעה ומחיר מימוש זהה		

דוגמאות לכתבי אופציה * warrants

שם האופציה	הצמדת מחיר מימוש	מועד מימוש אחרון	מחיר מימוש נוכחי	מחיר האופציה	מחיר המניה	שווי נאיבי
בית הזהב אופ' 3	מדד	05.09.2009	692	83	484	- 125.7
דמרי אופ' 1	מדד	21.05.2008	2998	1176	4152	1337.6
אורמת אופ' 9	\$	31.05.2007	1050	4495	5533	4502.5

* הנתונים נלקחו מאתר הבורסה (tase.co.il) בתאריך ה- 11.02.2007

השווי הנאיבי

- השווי הנאיבי - בכתבי אופציה אינו מחושב "בצורה נאיבית" כמו באופציות CALL או PUT
- כאן יש לקחת בחשבון את מימוש כל האופציות באופן שהיה משנה את המחיר המניה עם המימוש, שכן בכתבי אופציה אנו מבצעים דילול והזרמת מזומן לחברה בתמורה להגדלת מספר המניות
- השווי הנאיבי יהיה שווי האופציה לפי ערכה הפנימי וערך הריבית לתקופה.

השווי הנאיבי

$$V_n = S - \frac{D}{(1+r)^t}$$

V_n - השווי הנאיבי

S - שער המניה

D - תוספת המימוש / מחיר מימוש

r - ריבית חסרת סיכון

t - זמן לפדיון

הגדרות לכתבי האופציה

- **סוג ההצמדה – מתייחס אל מחיר המימוש, בדרך כלל ההצמדה היא אל המדד, לעיתים גם לדולר.**
- **מחיר מימוש נוכחי – מחיר המימוש נכון לאותו יום, מחיר זה משתנה בהתאם לסוג ההצמדה.**

הגדרות - המשך

- **מחיר האופציה – מחיר האופציה כפי שנקבע במהלך יום המסחר.**
- **מחיר מניית המימוש – שער המניה בבורסה.**
- **מנוף כתב האופציה – השינוי באופציה באחוזים ביחס לתנודה של 1% בשער המניה. ניתן לראות זאת כיחס בין מחיר המניה למחיר האופציה.**

הגדרות - המשך

- **פרמיית מימוש מיידי – ההבדל באחוזים בין רכישת אופציה ומימוש מיידי שלה לבין רכישת המניה עצמה.**
- **תשואת איזון שנתית לפדיון – תשואת המנייה בחישוב שנתי אשר תשאיר אותנו אדישים לרווח בין האופציה למניה. כלומר עבור תשואת מניה גבוהה מתשואת האיזון השנתית הרווח בהחזקת אופציה גדול יותר ולהיפך.**

לדוגמא

שם האופציה	הצמדת מחיר מימוש	מועד מימוש אחרון	מחיר מימוש נוכחי	מחיר האופציה	מחיר המניה	שווי נאיבי
בית הזהב אופ' 3	מדד	05.09.2009	692	83	484	- 125.7

- **מנוף** – מחיר המניה מחולק במחיר האופציה = 5.83 . המשמעות היא שעבור 1% עלייה במנייה, צפויה (לא חייב מאחר ומדובר בשוק) עלייה של 5.83%.

- **פרמיית מימוש מיידית** – מחיר האופציה + מחיר מימוש נוכחי מחולק במחיר המניה. פרמיית המימוש המיידית בדוגמא הנ"ל היא – 60.12%. כלומר לקנות אופציה ולהמירה יותר יקר ב- 60.12% מלקנות ישר את המניה.

- **תשואת איזון לפדיון** – כדי להגיע לערכה של תשואת האיזון נחלק את מחיר המימוש בהפרש בין מחיר המניה למחיר האופציה. תשואת האיזון השנתית לפדיון היא השורש מסדר הזמן לפדיון של תשואת האיזון לפדיון. בדוגמא כאן – תשואת איזון לפדיון = 72.56%, תשואת איזון שנתית לפדיון = 23.35%

דוגמא לשימוש בכתב אופציה

- ליעקב יש סכום של 10,000 ₪ ביד היום. נניח שליעקב יש צורך בכסף בעוד שנתיים וחצי בדיוק (10,000 ₪ מיועדים לתשלום שכר לימוד למשל, נתעלם מהצמדות מדד ודולר).
- יעקב שמע כי חברת "בית הזהב" נמצאת בצמיחה טובה ומתומחרת בחסר. נניח שהריבית השנתית חסרת סיכון היא 5%.
- אילו אפשרויות עומדות בפניו תוך עמידה ביעדיו?
- אפשרות ראשונה – קניית אג"ח ב- 8852 ₪ (סכום מהוון של 10000 ₪ בשנתיים וחצי) וביתרה קניית מניית בית הזהב (237 יחידות).
- אפשרות שנייה – קניית אג"ח ב- 8852 ₪ וביתרה קניית כתבי אופציה של "בית הזהב" (קניית 1383 יחידות)
- אפשרות שלישית – קניית אג"ח ב- 10000 ₪ וויתור על קניית ני"ע של החברה.

המשך לדוגמא

שם האופציה	הצמדת מחיר מימוש	מועד מימוש אחרון	מחיר מימוש נוכחי	מחיר האופציה	מחיר המניה	שווי נאיבי
בית הזהב אופ' 3	מדד	05.09.2009	692	83	484	- 125.7

• בשלב ההפקדה גם באפשרות א' וגם ב-ב' קונים אג"ח 8852 ש. ביתרה קונים מניות או כתבי אופציה. אפשרות ג' היא רכישת אג"ח בלבד.

אפשרות	שלב ההפקדה	מניה ↑ 200%	מניה ↑ 100%	מניה ↑ 25%	מניה ↓ 25%	מניה ↓ 50%
א' ו- ב' ערך אג"ח	8852	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
א' ערך מניות	1,148	3,444	2,296	1,435	861	574
ב' ערך כתבי אופציה	1,148	10,511	3,817	0	0	0
ג ערך אג"ח בלבד	10,000	11,297	11,297	11,297	11,297	11,297
סה"כ אפשרות א'	10,000	13,444	12,296	11,435	10,861	10,574
סה"כ אפשרות ב'	10,000	20,511	13,817	10,000	10,000	10,000
סה"כ אפשרות ג'	10,000	11,294	11,297	11,297	11,297	11,297

תמחור אופציות

תמחור אופציות

- המודלים להערכת שווי אופציות מתבססים על ההנחה של שוק משוכלל, שוק שבו לא ניתן להשיג רווחי ארביטראז', כלומר שווי השוק הוא גם המחיר הכלכלי.
- המודלים מניחים שאם שווי השוק אינו שווה לשווי הכלכלי, הארביטראז'רים ינצלו פערים אלו.
- נבחן 3 מודלים: המודל הנאיבי, המודל הבינומי ומודל B&S.

המודל הנאיבי

- המודל הנאיבי מתייחס לעלות האופציה רק מההיבט המימוני.
- מודל זה מתעלם לחלוטין מאלמנט הזמן ואינו מביא בחשבון את הביטוח הטמון באופציה.

$$C = S - \frac{E}{(1+r)^t} \qquad P = \frac{E}{(1+r)^t} - S$$

C – מחיר אופציית ה-CALL לפי המודל

E – מחיר מימוש

t – זמן לפקיעת האופציה

P – מחיר אופציית ה-PUT לפי המודל

S – מחיר המניה למסירה מיידית

r – שער ריבית חסרת סיכון

המודל הנאיבי

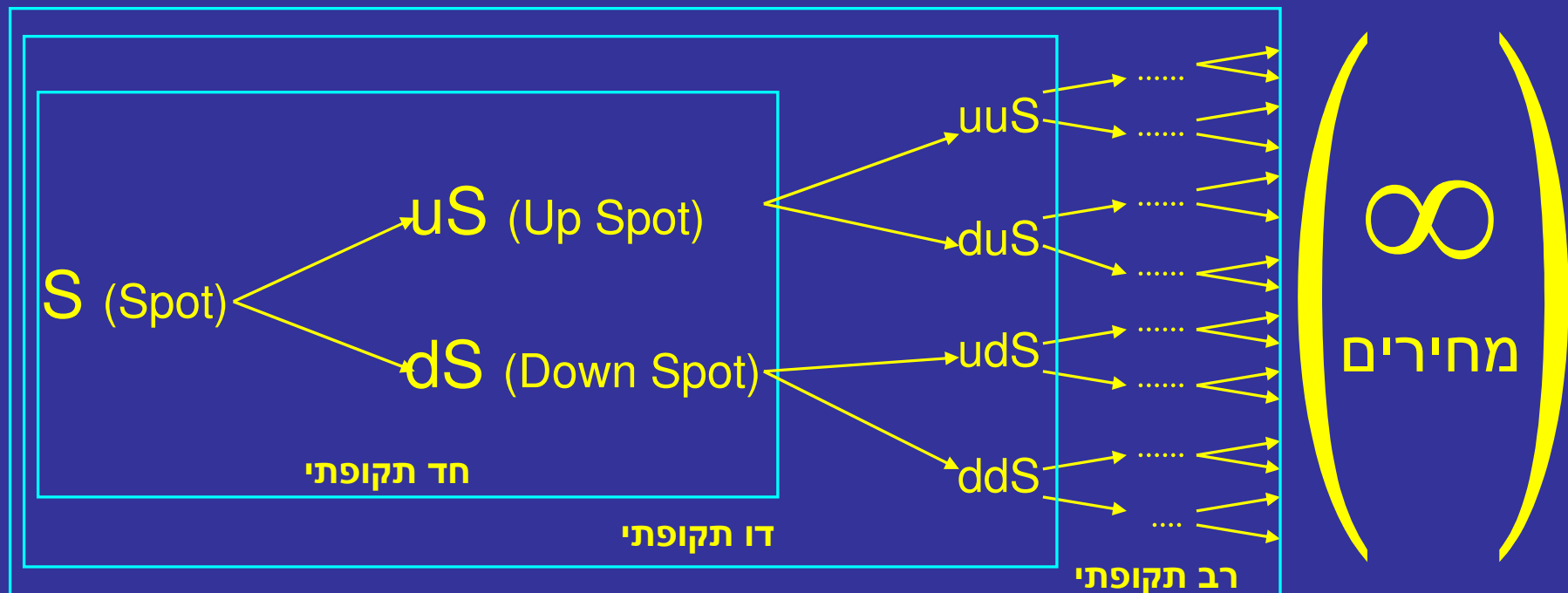
- דוגמא
- מחיר מניית מייקרוסופט \$28.74.
- ריבית דולרית חסרת סיכון היא 4.9%
- מחירי מימוש \$25, \$30, \$35
- זמן לפקיעה חודש

$$C(25) = 28.74 - \frac{25}{(1+0.049)^{\left(\frac{1}{12}\right)}} = 3.84$$

C(35)	P(35)	C(30)	P(30)	C(25)	P(25)	אופציה
-6.12	6.12	-1.14	1.14	3.84	-3.84	שווי נאיבי

המודל הבינומי

- מודל זה מניח כי בתאריך הפקיעה יהיו לנכס הבסיס רק 2 מחירים, מחיר עתידי גבוה צפוי ומחיר עתידי נמוך צפוי.



המודל הבינומי

- **S** – מחיר נוכחי של נכס הבסיס.
- **uS** – מחיר עתידי גבוה צפוי לנכס הבסיס.
- **dS** – מחיר עתידי נמוך צפוי לנכס הבסיס.
- **Cu** – הערך הגבוה שתקבל אופציית רכש, בעת המימוש.
- **Cd** – הערך הנמוך שתקבל אופציית רכש, בעת המימוש.
- **Pu** – הערך הגבוה שתקבל אופציית מכר, בעת המימוש.
- **Pd** – הערך הנמוך שתקבל אופציית מכר, בעת המימוש.
- **HR** – (Hedge Ratio) יחס ההגנה שבין האופציות לבין נכס הבסיס. (מספר האופציות שיש למכור/לקנות כנגד קניית/מכירת יחידה אחת של נכס בסיס, כך שערך התיק הכולל בעתיד לא יהיה תלוי במחיר נכס הבסיס העתידי).

המודל הבינומי

- יחס ההגנה
- קניית יחידה אחת של נכס הבסיס ומכירת HR יחידות אופציית רכש, תביא להתפלגות הבאה:

עלות האסטרטגיה

ערך עתידי צפוי

$$S - HR \cdot C \begin{cases} \rightarrow uS - HR \cdot C_u \\ \rightarrow dS - HR \cdot C_d \end{cases}$$

מאחר והערך העתידי אינו תלוי במחיר הנכס העתידי, שתי האפשרויות צריכות להיות זהות, לפיכך:

$$HR(Call) = \frac{uS - dS}{C_u - C_d} \quad \leftarrow \quad uS - HR \cdot C_u = dS - HR \cdot C_d$$

המודל הבינומי

- נשווה את העלות בהווה עם הערך העתידי מהוון לערך נוכחי:

$$S - HR \times C = (dS - HR \times Cd) / (1 + r)^t$$

- מכאן נחלץ את ערך האופציה:

$$C = \frac{1}{HR} \left(S - \frac{dS - HR * Cd}{(1 + r)^t} \right)$$

המודל הבינומי

- באותה צורה נקבל את HR עבור אופציית מכר (PUT):

$$HR_{PUT} = \frac{uS - dS}{Pu - Pd}$$

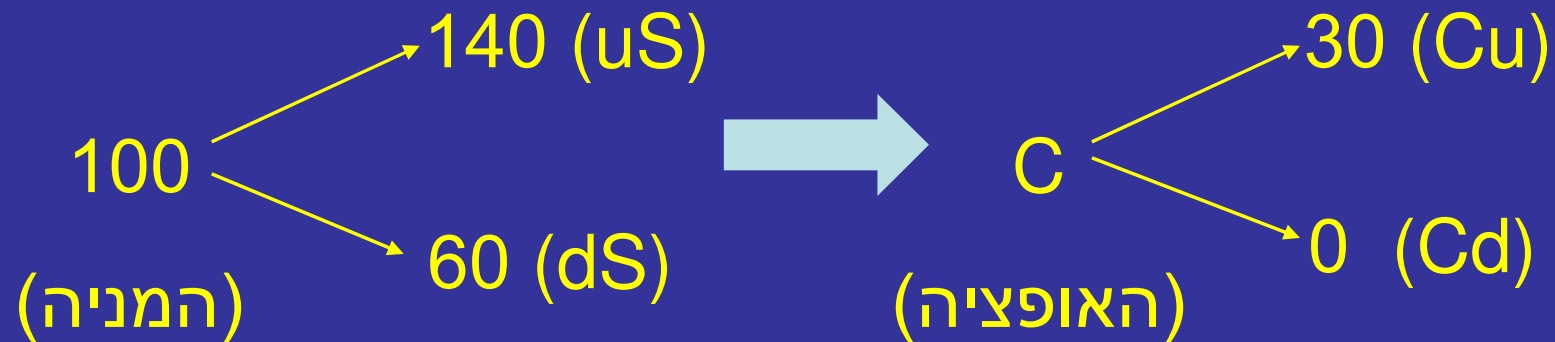
- וכן את ערך אופציית המכר:

$$P = \frac{1}{HR_{PUT}} \left(\frac{uS - HR_{PUT} \times Pd}{(1+r)^t} - S \right)$$

המודל הבינומי

- דוגמא 1:
- מחיר מניה נוכחי 100 ₪. שיעור ריבית חסרת סיכון לשנה היא 4.5%. נניח שקיימת אופציית CALL עם מחיר מימוש 110. זמן לפדיון שנה.

שלב א'



המודל הבינומי – דוגמא 1

• שלב ב'

• חישוב יחס ההגנה: $HR = \frac{uS - dS}{Cu - Cd} = \frac{140 - 60}{30 - 0} = 2\frac{2}{3}$

המשמעות לכך היא כי על כל קנייה/מכירה של מניה אחת נצטרך למכור/לקנות $2\frac{2}{3}$ אופציות רכש.

• שלב ג'

• חישוב ערך האופציה:

$$C = \frac{1}{HR} \left(S - \frac{dS}{(1+r)^t} \right) = \frac{1}{2\frac{2}{3}} \left(100 - \frac{60}{1.045} \right) = 15.97$$

המודל הבינומי – דוגמא 1

סוף תקופה מניה = 60	סוף תקופה מניה = 140	תחילת תקופה	פעולה
+180	+420	-300	קניית 3 מניות
0	-240	+127.76	מכירת 8 אופציות
-180	-180	+172.24	לקיחת הלוואה
0	0	0	סה"כ

ניתן לראות כי עבור השקעה = 0 בתחילת התקופה, בשני המקרים, הסה"כ הוא גם אפס ומכאן אכן יש איזון בין מניות לאופציות.

במידה ומחיר האופציה גבוה/נמוך יותר, ניתן להפיק רווחי ארביטראז' ע"י מכירת/קניית האופציה וקניית/מכירת המניה (הסה"כ יראה את הרווח).

המודל הבינומי – דוגמא 1

- עבור אותה דוגמא בניח שמחיר האופציה גבוה יותר $CALL=20$. הפעם כדי לא להשקיע בהתחלה ניקח הלוואה קטנה יותר (מקבלים יותר על האופציות) ונקבל מאותה פעולה:

סוף תקופה מניה = 60	סוף תקופה מניה = 140	תחילת תקופה	פעולה
+180	+420	-300	קניית 3 מניות
0	-240	+160	מכירת 8 אופציות CALL
-146.3	-146.3	+140	לקיחת הלוואה
+33.7	+33.7	0	סה"כ

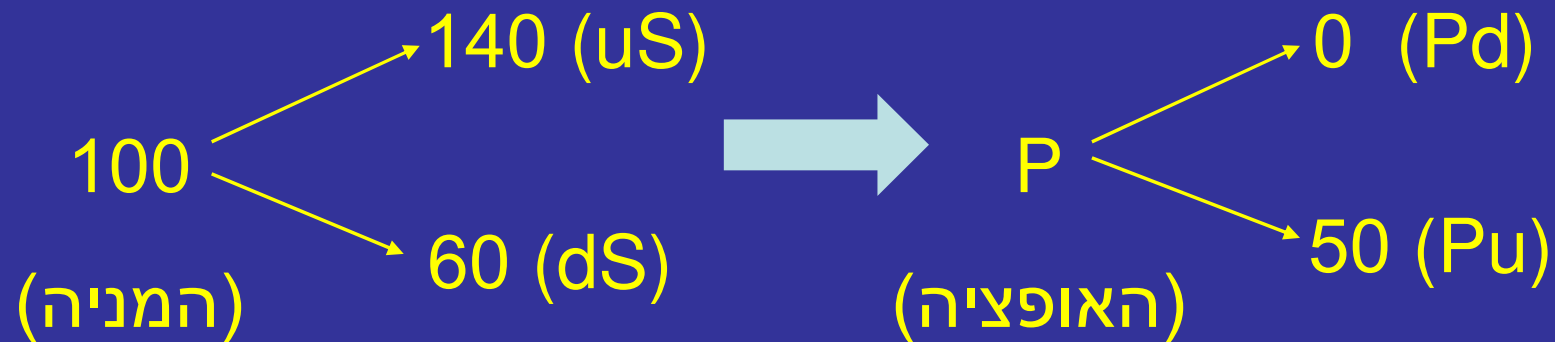
קיבלנו רווח ארביטראז' של 33.7 ₪ (0 ₪ השקעה).

כמובן שאם מצב כזה היה מתקיים בשוק, כוחות השוק היו גורמים מהר מאוד לאיזון ע"י קנייה מסיבית של נכס הבסיס ומכירת אופציות רכש, עד לסגירת הרווח.

המודל הבינומי

- דוגמא 2:
- מחיר מניה נוכחי 100 ₪. שיעור ריבית חסרת סיכון לשנה היא 4.5%. נניח שקיימת אופציית PUT עם מחיר מימוש 110. זמן לפדיון שנה.

שלב א'



המודל הבינומי – דוגמא 2

• שלב ב'

• חישוב יחס ההגנה: $HR = \frac{uS - dS}{Pu - Pd} = \frac{140 - 60}{50 - 0} = 1.6$

המשמעות לכך היא כי על כל קנייה/מכירה של מניה אחת נצטרך לקנות/למכור 1.6 אופציות מכר.

• שלב ג'

• חישוב ערך האופציה:

$$P = \frac{1}{HR} \left(\frac{uS}{(1+r)^t} - S \right) = \frac{1}{1.6} \left(\frac{140}{1.045} - 100 \right) = 21.23$$

המודל הבינומי – דוגמא 2

סוף תקופה מניה = 60	סוף תקופה מניה = 140	תחילת תקופה	פעולה
+300	+700	-500	קניית 5 מניות
+400	-0	-169.84	קניית 8 אופציות
-700	-700	+669.84	לקיחת הלוואה
0	0	0	סה"כ

ניתן לראות כי עבור השקעה = 0 בתחילת התקופה, בשני המקרים, הסה"כ הוא גם אפס ומכאן אכן יש איזון בין מניות לאופציות.

גם כאן, במידה ומחיר האופציה גבוה/נמוך יותר, ניתן להפיק רווחי ארביטראז' ע"י מכירת/קניית האופציה ומכירת/קניית המניה (הסה"כ יראה את הרווח).

המודל הבינומי – דוגמא 2

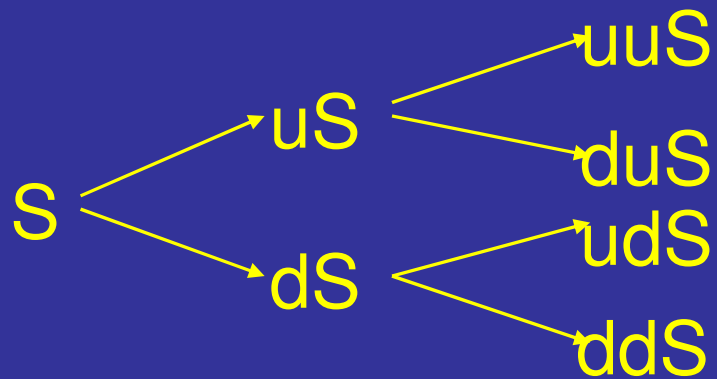
- עבור אותה דוגמא בניח שמחיר האופציה גבוה יותר $PUT=25$. כדי לנצל את המרווח הנ"ל נמכור אופציות PUT (תמיד מוכרים את היקר) ובמקביל נמכור את נכס הבסיס, ונפקיד את הכסף בפיקדון עם ריבית חסרת סיכון:

פעולה	תחילת תקופה	סוף תקופה מניה = 140	סוף תקופה מניה = 60
מכירת 5 מניות	+500	-700	-300
מכירת 8 אופציות PUT	+200	0	-400
הפקדה בפיקדון	-700	+731.5	+731.5
סה"כ	0	+31.5	+31.5

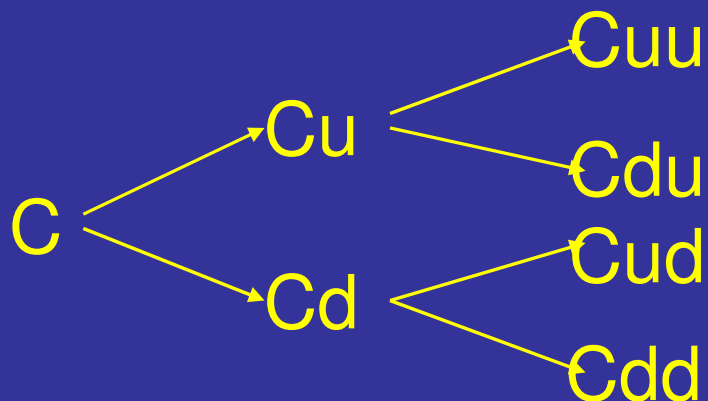
קיבלנו רווח ארביטראז' של 31.5 ₪ (0 ₪ השקעה).

גם כאן, אם מצב כזה היה מתקיים בשוק, כוחות השוק היו גורמים מהר מאוד לאיזון ע"י מכירה מסיבית של נכס הבסיס ומכירת אופציות מכר, עד לסגירת הרווח.

המודל הבינומי הדו תקופתי



התפלגות מחיר נכס הבסיס

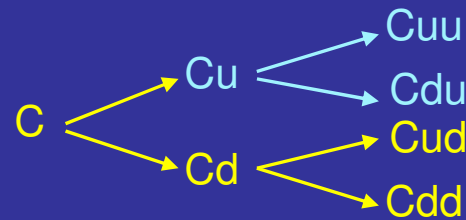
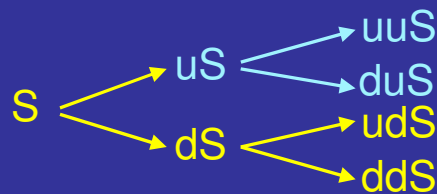


התפלגות מחיר אופציית רכש

על נכס הבסיס

המודל הבינומי הדו תקופתי - המשך

- באותה מידה בה הצגנו את משוואות המודל החד תקופתי, ניתן להציג גם את המודל הדו תקופתי:

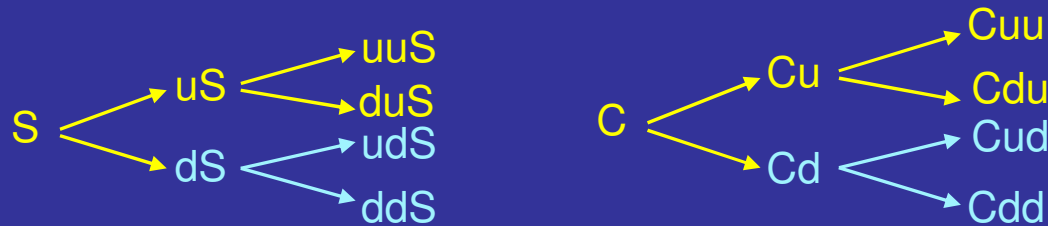


חישוב C_u :

$$HR_u = \frac{uuS - duS}{Cuu - Cdu}$$

$$C_u = \frac{1}{HR_u} \left(uS - \frac{(duS - HR_u \times Cdu)}{(1+r)^t} \right)$$

המודל הבינומי הדו תקופתי - המשך

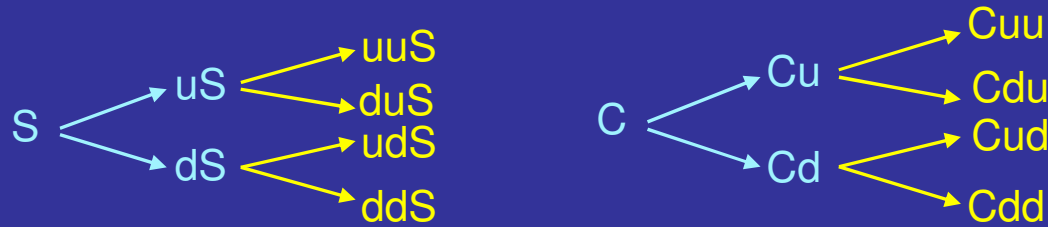


$$HR_d = \frac{udS - ddS}{Cud - Cdd}$$

חישוב Cd :

$$Cd = \frac{1}{HR_d} \left(dS - \frac{(ddS - HR_d \times Cdd)}{(1+r)^t} \right)$$

המודל הבינומי הדו תקופתי - המשך



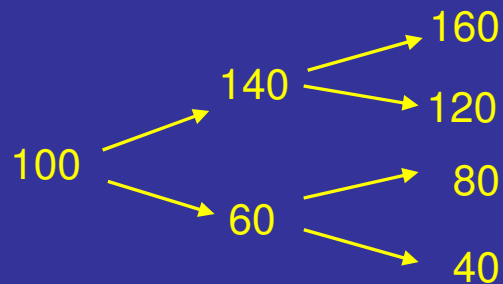
$$HR = \frac{uS - dS}{Cu - Cd}$$

חישוב C:

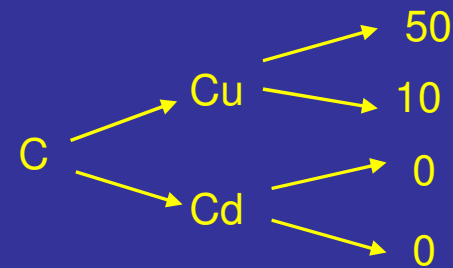
$$C = \frac{1}{HR} \left(S - \frac{(dS - HR \times Cd)}{(1+r)^t} \right)$$

המודל הבינומי הדו תקופתי - דוגמא

- מחיר נכס בסיס 100 ₪, מחיר מימוש אופציית רכש 110 ₪ בעוד חצי שנה, ריבית חסרת סיכון – 5%.



התפלגות צפויה בנכס הבסיס



התפלגות צפויה בערך האופציה

המודל הבינומי הדו תקופתי – פתרון דוגמא

$$HR_u = \frac{uuS - duS}{Cuu - Cdu} = \frac{160 - 120}{50 - 10} = 1$$

$$Cu = \frac{1}{HR_u} \left(uS - \frac{(duS - HR_u \times Cdu)}{(1+r)^t} \right)$$

$$= \frac{1}{1} \left(140 - \frac{120 - 1 \times 10}{(1 + 0.05)^{0.5}} \right) = 32.65$$

המודל הבינומי הדו תקופתי – המשך פתרון דוגמא

$$HR_d = \frac{udS - ddS}{Cud - Cdd} = \frac{80 - 40}{0 - 0} = \infty$$

$$Cd = \frac{1}{HR_d} \left(dS - \frac{(ddS - HR_d \times Cdd)}{(1+r)^t} \right)$$

$$= \frac{1}{\infty} \left(60 - \frac{40 - 0 \times 0}{(1+0.05)^{0.5}} \right) = 0$$

המודל הבינומי הדו תקופתי – המשך פתרון דוגמא

$$HR = \frac{uS - dS}{Cu - Cd} = \frac{140 - 60}{32.65 - 0} = 2.45$$

$$C = \frac{1}{HR} \left(S - \frac{dS - HR \times Cd}{(1+r)^t} \right)$$
$$= \frac{1}{2.45} \left(100 - \frac{60 - 2.45 \times 0}{1.05^{0.5}} \right) = 16.92$$

המודל הבינומי הדו תקופתי – המשך פתרון דוגמא

$$HR = 2.45$$

$$C = 16.92$$

בכדי להפיק רווחי ארביטראז':

- אם מחיר האופציה בשוק גדול ממחירה לפי המודל, כדאי למכור 2.45 אופציות, לקנות מניה 1, ולממן זאת ע"י הלואה בריבית חסרת סיכון.
- אם מחיר האופציה בשוק קטן ממחירה לפי המודל, כדאי לקנות 2.45 אופציות, למכור בשורט מניה 1, ולהפקיד את היתרה בפיקדון נושא ריבית חסרת סיכון.

המודל הבינומי - סיכום

- מתוך ההתפלגות הצפויה בנכס הבסיס יש למצוא את ההתפלגות הצפויה בערך (הפנימי) האופציה.
- מציאת יחס ההגנה – HR (Hedge Ratio).
- מציאת מחיר האופציה.
- קבלת החלטות קנייה מכירה
- יש לקחת בחשבון את העמלה המשולמת על כל פעולה (קנייה/מכירה של נכס בסיס/אופציה/פיקדון) ולשקלל אותה בחישוב הרווח/הפסד הסופי.
- באופן דומה לחישוב ערכי האופציה לשתי תקופות, ניתן לחשב את ערך האופציה למספר גדול של תקופות. ככל שנרבה בתקופות, נדרש ליותר נתונים על התפלגות מחיר נכס הבסיס לאותן תקופות.

מודל Black & Scholes

- מודל בלק ושולס הינו המודל המקובל בעולם לחישוב ערך אופציות.
- המודל הינו מודל סטטיסטי שפותח ב- 1973 ע"י Fisher Black & Myron Scholes שאף זכו על פיתוח זה בפרס נובל.
- הנוסחא מתייחסת לגורמים שמשפיעים על מחיר האופציה ביניהם – מחיר נוכחי של נכס הבסיס, מחיר מימוש, זמן לפקיעה, הריבית חסרת הסיכון וסטיית התקן של נכס הבסיס.

מודל Black & Scholes

הנחות המודל:

✓ התפלגות מחיר נכס הבסיס הינה לוג-נורמאלית*.

✓ עקרון אי הארביטראז'

✓ מחירי המניות משתנים באופן רציף ללא קפיצות.

✓ אין מיסים או עמלות.

✓ ריבית לזרים = ריבית מלווים

✓ ניתן ללוות ללא הגבלה וניתן למכור בשורט ללא הגבלה.

* להרחבה בנושא – ספר "אופציות וחוזים עתידיים" של רמי ששון ויהודה בן אסאייג
מהדורה 3 הוצאת לומדון 2005

מודל Black & Scholes

אופן השפעת הפרמטרים על מחיר האופציה

אופציית PUT	אופציית CALL	הפרמטר המשפיע ↑
↓	↑	מחיר נכס הבסיס S
↑	↓	מחיר מימוש E
↑	↑	זמן לפקיעה t
↓	↑	ריבית חסרת סיכון r
↑	↑	סטיית תקן נכס הבסיס σ

מודל Black & Scholes - משוואות

$$C = SN(d_1) - E_x e^{-RT} N(d_2)$$

$$P = E_x e^{-RT} N(-d_2) - SN(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S}{E_x} + (R + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}} \quad d_2 = \frac{\ln \frac{S}{E_x} + (R - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$$

- S – מחיר נוכחי של נכס הבסיס
- Ex – מחיר מימוש האופציה
- R – שער ריבית חסרת סיכון
- T – זמן לפקיעה
- σ – סטיית תקן של נכס הבסיס
- N(d) – השטח מתחת לפונקצית העקום הנורמאלי סטנדרטי עד נקודה d

מודל Black & Scholes - דוגמא

דוגמא - נדגים עתה את צורת חישוב ערך אופציית רכש (CALL) על מדד המעו"ף.
נניח את הנתונים הבאים:

- $S = 980$ - מחיר נוכחי של נכס הבסיס (המדד)
- $E_x = 990$ - מחיר מימוש האופציה
- $R = 0.043$ - שער הריבית ללא סיכון הוא 4.3% לשנה
- - סטיית התקן של שיעור התשואה על המדד הוא 11% (על בסיס שנתי)
- $\sigma = 0.11$
- $T = 0.25$ - אורך חיי האופציה הוא שלושה חודשים
- מחיר האופציה בשוק הינו 2640 ₪

מודל Black & Scholes - דוגמא

$$d_1 = \frac{\ln(S / Ex) + (R + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} =$$
$$= \frac{\ln(98/99) + (0.043 + 0.5 \times 0.11^2)0.25}{0.11\sqrt{0.25}} = 0.03836$$

$$d_2 = \frac{\ln(S / Ex) + (R - 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = -0.016634$$

מתוך טבלת ערכים לפילוג נורמאלי נקבל:

$$N(d_1) = 0.5153 \quad N(d_2) = 0.4934$$

מודל Black & Scholes - דוגמא

$$C = SN(d_1) - E_x e^{-RT} N(d_2) =$$

$$C = 98,000 * 0.5153$$

$$- 99,000 * e^{-0.043 * 0.25} * 0.4934 =$$

$$C = 2156.9$$

מחיר האופציה לפי בלק ושולס, על נכס בסיס אחד, הינו 2156.9 ₪ לפי סטיית תקן היסטורית (11%)

מחיר בבורסה הינו 2640 - לפיכך השוק מגלם סטיית תקן של 15%

מודל Black & Scholes - דוגמא

נחשב עבור אותם נתונים את ערכה של אופציית מכר (PUT) על מדד המעו"ף.
נניח את הנתונים הבאים:

- $S = 980$ - מחיר נוכחי של נכס הבסיס (המדד)
- $Ex = 990$ - מחיר מימוש האופציה
- $R = 0.043$ - שער הריבית ללא סיכון הוא 4.3% לשנה
- - סטיית התקן של שיעור התשואה על המדד הוא 11% (על בסיס שנתי)
- $\sigma = 0.11$
- $T = 0.25$ - אורך חיי האופציה הוא שלושה חודשים
- מחיר האופציה בשוק הינו 2860 ₪

• חישוב באתר

מודל Black & Scholes - דוגמא

• כבר חישבנו ומצאנו את d_1 ואת d_2 . נותר למצוא את $N(-d)$ ולחשב את ערך האופציה

• מתוך טבלת ערכים לפילוג נורמאלי נקבל:

$$N(-d_1) = 0.4847 \quad N(-d_2) = 0.5066$$

$$P = E_x e^{-RT} N(-d_2) - SN(-d_1)$$

$$P = 99,000 * e^{-0.043*0.25} * 0.5066 - 98,000 * 0.4847 =$$

$$P = 2116.5$$

גם כאן ניתן לראות כי סטיית התקן הגלומה במחיר השוק גבוהה יותר (אופציה מתמחרת לפי כוחות השוק במחיר 2860)

מדדי רגישות לפי מודל Black & Scholes

- רוב הפרמטרים הקובעים את מחיר האופציה (למעט מחיר המימוש) משתנים בהתאם להתפתחויות בשוקי ההון.
- שימוש במדדי רגישות מאפשר לבחון את אפיק ההשקעה והשפעות של השינויים על הפוזיציה המוחזקת.
- ברוב האתרים הכלכליים ניתן למצוא את ערכי מדדי הרגישויות, כך שבמבט מהיר ניתן להבין את תמונת המצב.

מדדי רגישות לפי מודל Black & Scholes

- דלתא (Δ, δ) - רגישות ערך האופציה לשינוי במחיר נכס הבסיס.
- אומגה (Ω, ω) - גמישות מחיר האופציה (המנוף).
- גאמא (Γ, γ) - רגישות ערך הדלתא לשינוי במחיר נכס הבסיס.
- תטא (Θ, θ) - רגישות ערך האופציה לשינוי בזמן למועד הפקיעה.
- ווגא (Λ) - רגישות ערך האופציה לשינוי בתנודתיות נכס הבסיס.
- רו (P, ρ) - רגישות ערך האופציה לשינוי בשיעור הריבית חסרת הסיכון.

מדדי רגישות לפי מודל Black & Scholes

- דלתא (Δ, δ) – רגישות ערך האופציה לשינוי במחיר המניה
- הדלתא מוגדרת כשינוי בערך האופציה (בנקודות) כתוצאה מעלייה של נקודה אחת במחיר נכס הבסיס.
- הדלתא היא בעצם הנגזרת הראשונה של נוסחת בלק ושולס לפי S :

$$C = SN(d_1) - E_x e^{-RT} N(d_2)$$

$$P = E_x e^{-RT} N(-d_2) - SN(-d_1)$$

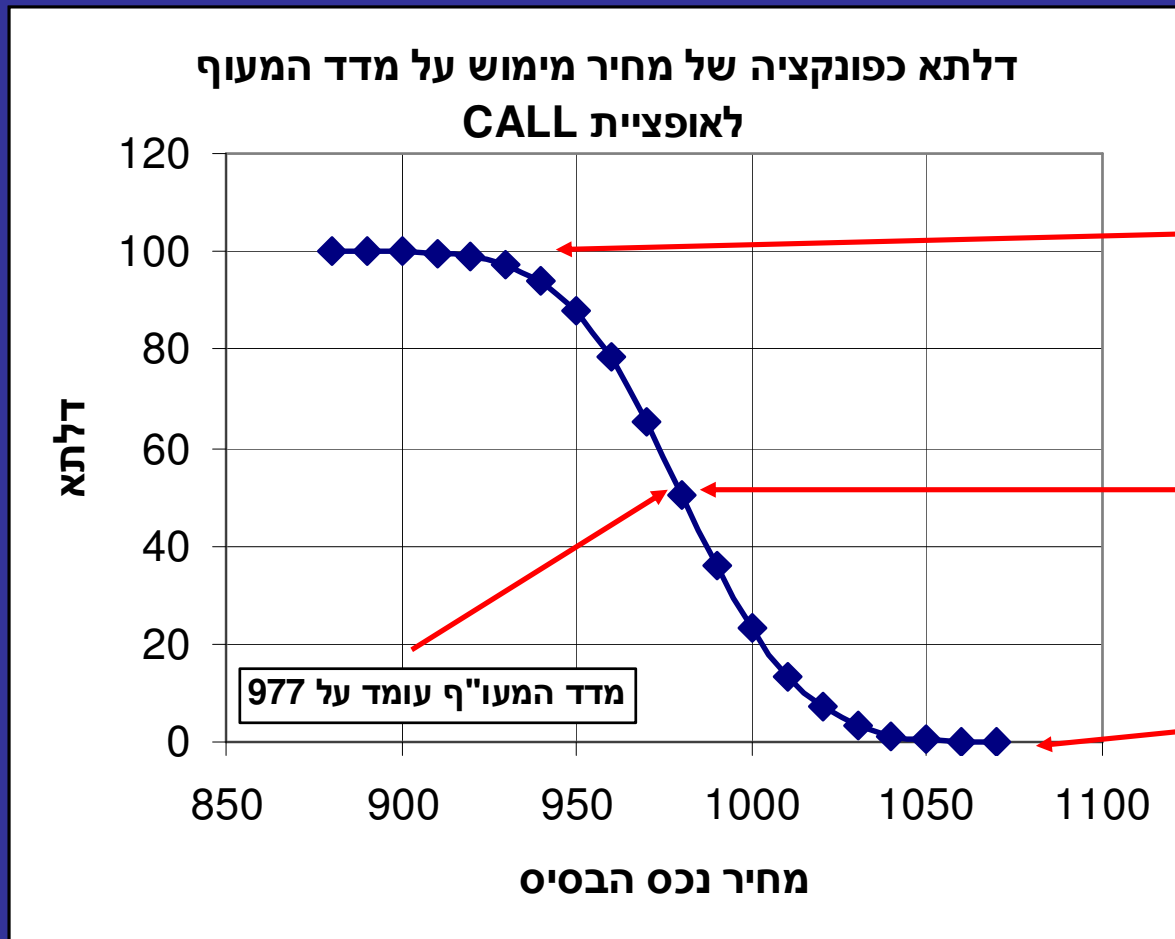
$$\Delta_{CALL} = \frac{dC}{dS} = N(d_1)$$

$$\Delta_{PUT} = \frac{dP}{dS} = -N(-d_1)$$

מדדי רגישות – דלתא

- בדוגמא הקודמת כבר חישבנו את ה- Δ
- $\Delta = N(d1) = 0.5153$ עבור אופציית רכש
- $\Delta = -N(-d1) = -0.4847$ עבור אופציית מכר
- כלומר שינוי של נקודה בנכס הבסיס תעלה ערכה של האופציית רכש ב- 51.5 ₪ ואילו אופציית המכר תאבד מערכה 48.5 ₪.
- סכום ה- Δ בערך מוחלט צריך תמיד להיות 1 (פילוג נורמאלי).

מדדי רגישות – דלתא – משמעויות

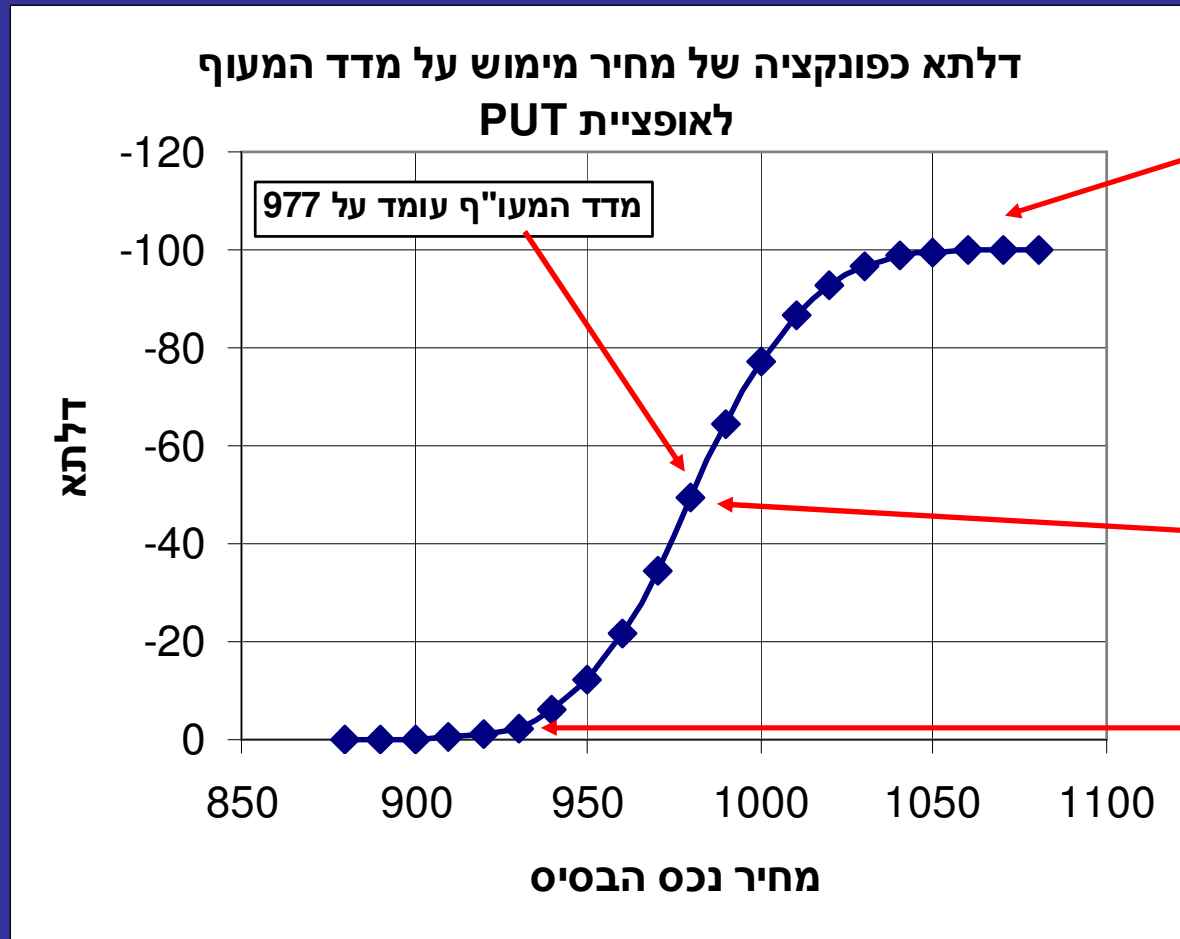


• עלייה של נקודה אחת במדד המעו"ף (100 ₪) תביא לעלייה של 1 (100 ₪) בערך האופציה עמוק בתוך הכסף

• בכסף (980) עלייה של נקודה תביא לעלייה של 0.5 (50 ₪) בערך האופציה

• רחוק מחוץ לכסף עלייה של נקודה אחת תביא לשינוי קטן מאוד אם בכלל במחיר האופציה

מדדי רגישות – דלתא – משמעויות



• עלייה של נקודה אחת במדד המעו"ף (100 ₪) תביא לירידה של 1 (100 ₪) בערך האופציה עמוק בתוך הכסף

• בכסף (980) עלייה של נקודה תביא לירידה של 0.5 (50 ₪) בערך האופציה

• רחוק מחוץ לכסף עלייה של נקודה אחת תביא לשינוי קטן מאוד או לירידה קטנה במחיר האופציה

מדדי רגישות – דלתא - משמעויות

• הדלתא מושפעת מהגורמים הבאים:

• מחיר נכס הבסיס \uparrow ← דלתא (CALL) \uparrow , דלתא (PUT) \downarrow

• זמן לפקיעה \uparrow (לא תמיד נכון) ← דלתא (CALL) \uparrow , דלתא (PUT) \downarrow

• תנודתיות \uparrow ← דלתא (CALL) \uparrow , דלתא (PUT) \downarrow

• ריבית \uparrow ← דלתא (CALL) \uparrow , דלתא (PUT) \downarrow

מדדי רגישות – דלתא - משמעויות

- דלתא חיובית מציינת מצב "Long" בשוק
- דלתא שלילית מציינת מצב "Short" בשוק
- אנו נבנה תיק עם דלתא חיובית עבור ציפיות לעליית נכס הבסיס.
- נבנה תיק עם דלתא שלילית עבור ציפיות לירידת נכס הבסיס.

מדדי רגישות לפי מודל Black & Scholes

- אומגה (Ω, ω) – גמישות מחיר האופציה (המנוף).

- אומגה מוגדרת כשינוי באחוזים הנגרם בערך האופציה כתוצאה של שינוי אחוז אחד במחיר נכס הבסיס.

$$\Omega_C = \frac{\Delta C}{\Delta S} \times \frac{S}{C}$$

$$\Omega_P = \frac{\Delta P}{\Delta S} \times \frac{S}{P}$$

$$\Omega = \frac{\text{שינוי ערך האופציה ב- \%}}{\text{שינוי מחיר נכס הבסיס ב- \%}}$$

מדדי רגישות – אומגה - דוגמא

- מדד המעוף עומד על 980
- אופציות CALL ו- PUT במחיר מימוש של 990.
- ריבית חסרת סיכון 4.3%, זמן לפקיעה 3 חודשים, סטיית תקן של 11%.
- איזה גידול ב- % במחיר האופציה נקבל עבור גידול של 1% בנכס הבסיס (9.8 נקודות) ?

$$\Omega_C = \frac{\Delta C}{\Delta S} \times \frac{S}{C} = N(d_1) \times \frac{S}{C} = 0.5153 \times \frac{98,000}{2157} = 23.4$$

$$\Omega_P = \frac{\Delta P}{\Delta S} \times \frac{S}{P} = -N(-d_1) \times \frac{S}{P} = -0.4847 \times \frac{98,000}{2117} = -22.4$$

מדדי רגישות – אומגה

- משמעות התוצאות היא:
- עלייה ב- 1% של נכס הבסיס צריכה להביא לעלייה של 23.4% בערך אופציית ה-CALL.
- עלייה ב- 1% של נכס הבסיס צריכה להביא לירידה של 22.4% בערך אופציית ה-PUT.
- חשוב לציין כי התנהגות האופציה תלויה בכוחות השוק וערכה אינו מתעדכן אוטומטית בכל מקרה

מדדי רגישות לפי מודל Black & Scholes

- הדלתא אינה קבועה והינה נכונה לתחום המחירים הקרוב.
- גאמא, Γ - רגישות ערך הדלתא לשינוי במחיר נכס הבסיס (נגזרת שנייה של מודל בלק ושולס לפי S).
- בכמה תשתנה ה- Δ עבור שינוי של נקודה אחת בנכס הבסיס.

$$\Gamma = \frac{d\Delta}{dS} = \frac{d^2C}{d^2S} = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$$

$$N'(d) = \frac{e^{-d^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$$

כאשר

מדדי רגישות – גאמא-דוגמא

• נתייחס לנתוני הדוגמא הקודמת:

• $S = 980$

• $Ex = 990$

• $R = 0.043$

• $\sigma = 0.11$

• $T = 0.25$

• כבר קיבלנו קודם עבור נתונים אלו כי:

$$N'(d) = \frac{e^{-d^2/2}}{\sqrt{2\pi}} = 0.3987 \quad \leftarrow \quad d_1 = 0.03836$$

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}} = \frac{0.3987}{980 \times 0.11 \times \sqrt{0.25}} = 0.0074$$

כלומר עליה של נקודה בנכס הבסיס תגדיל את הדלתא $\Delta C = 0.5153$ ב- 0.0074
כך שה- $\Delta C = 0.5227$ ותקטין באותו שיעור את ה- $\Delta P = -0.4847$ ל- $\Delta P = -0.4773$

מדדי רגישות – גאמא

- בצורה מקורבת טובה ניתן גם להעריך את השינוי ב- Δ ע"י חישוב ההפרש בין ה- Δ במחיר הנוכחי של נכס הבסיס לבין ה- Δ במחיר הנוכחי + נקודה.

$$\Gamma = N(d_1)_{S=981} - N(d_1)_{S=980} = 0.0074$$

מדדי רגישות לפי מודל Black & Scholes

- תטא (θ, Θ) - רגישות ערך האופציה לשינוי בזמן למועד הפקיעה.
- בכמה יקטן ערך האופציה כתוצאה של התקצרות הזמן לפקיעה (יום).
- בתטא גוזרים את משוואת בלק ושולס לפי הזמן

מדדי רגישות – תטא

- מתקבלות המשוואות הבאות לחישוב תטא:

$$\Theta_{CALL} = \frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - RE_x e^{-RT} N(d_2)$$

$$\Theta_{PUT} = \frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + RE_x e^{-RT} N(-d_2)$$

- ניתן גם לחשב בקירוב טוב באופן הבא:

$$B \& S_{T=\frac{90}{365}} - B \& S_{T=\frac{89}{365}}$$

מדדי רגישות לפי מודל Black & Scholes

- ווגא (Λ) - רגישות ערך האופציה לשינוי בתנודתיות נכס הבסיס.
- בכמה יושפע מחיר האופציה כתוצאה של מעלייה ב- 1% בתנודתיות נכס הבסיס (סטיית התקן).
- גזירת משוואת בלק ושולס לפי סטיית התקן

מדדי רגישות – ווגא

- מתקבלת המשוואה הבאה לחישוב תטא:

$$\Lambda = S \sqrt{T} N'(d_1)$$

- ניתן גם לחשב בקירוב טוב באופן הבא:

$$B \& S_{\sigma=12\%} - B \& S_{\sigma=11\%}$$

מדדי רגישות לפי מודל Black & Scholes

- (P, ρ) - רגישות ערך האופציה לשינוי בשיעור הריבית חסרת הסיכון.
- בכמה יעלה מחיר האופציה כתוצאה של מעלייה ב-1% בריבית חסרת הסיכון ($\Delta R = +1\%$).
- גזירת משוואת בלק ושולס לפי הריבית

מדדי רגישות – ווגא

- מתקבלות המשוואות הבאות לחישוב תטא:

$$\rho_{CALL} = E_x T e^{-RT} N(d_2)$$

$$\rho_{PUT} = -E_x T e^{-RT} N(-d_2)$$

- ניתן גם לחשב בקירוב טוב באופן הבא:

$$B \& S_{R=5.3\%} - B \& S_{R=4.3\%}$$

מדדי רגישות – תרגיל מסכם

בניח את הנתונים מהדוגמאות הקודמות:

- מדד המעו"ף עומד על 980, מחיר מימוש 990
- זמן לפקיעה 3 חודשים
- ריבית חסרת סיכון 4.3%
- סטיית התקן 11%
- ערכי מדדי הרגישות הינם:

$$\Delta_C = 51.53$$

$$\Gamma = 0.74$$

$$\Theta_C = -18$$

$$\Omega_C = 23.4$$

$$\Lambda = 191$$

$$\rho_C = 120$$

• מחיר אופציית רכש = 2150 ₪

• בניח כי השינויים במדדי הרגישות הם בלתי תלויים אחד בשני

מדדי רגישות – תרגיל מסכם

$$\Delta_C = 51.53$$

$$\Gamma = 0.74$$

$$\Theta_C = -18$$

$$\Omega_C = 23.4$$

$$\Lambda = 191$$

$$\rho_C = 120$$

המדד עלה בשתי נקודות

מה צפוי להיות ערך אופציית הרכש ?

קודם כל נקבל אומדן ראשוני ע"י שימוש ב- Ω

2 נקודות מדד = 200 נ"ח כלומר 0.2% שינוי בנכס הבסיס

השינוי ב- % במחיר האופציה = שינוי ב- % במחיר נכס הבסיס $\Omega \times X$

$$= 23.4 \times 0.2 = 4.68\% \text{ עלייה בערך האופציה}$$

$$2150 \times 1.0468 = 2250.6$$

מדדי רגישות – תרגיל מסכם

$$\Delta_C = 51.53$$

$$\Gamma = 0.74$$

$$\Theta_C = -18$$

$$\Omega_C = 23.4$$

$$\Lambda = 191$$

$$\rho_C = 120$$

המדד עלה בשתי נקודות

מה צפוי להיות ערך אופציית הרכש ?

שימוש ב- Δ ו- Γ

בעליית הנקודה הראשונה תעלה האופציה ב- Δ , ובעליית הנקודה השנייה תעלה האופציה ב- $\Delta + \Gamma$.

$$C = 2150 + 51.53 + (51.53 + 0.74) = 2253.8$$

ניתן לראות כי השימוש ב- Ω היה די קרוב לתוצאה המחושבת בעזרת ה- Δ .

מדדי רגישות – תרגיל מסכם

$$\Delta_C = 51.53$$

$$\Gamma = 0.74$$

$$\Theta_C = -18$$

$$\Omega_C = 23.4$$

$$\Lambda = 191$$

$$\rho_C = 120$$

מה צפוי להיות ערך אופציית הרכש
אם בנוסף גם עבר יום?

שימוש ב- Δ , Γ ו- Θ

נכניס גם את השפעת הזמן על האופציה:

$$C = 2150 + 51.53 + (51.53 + 0.74) - 18 = 2235.8$$

מדדי רגישות – תרגיל מסכם

$$\Delta_C = 51.53$$

$$\Gamma = 0.74$$

$$\Theta_C = -18$$

$$\Omega_C = 23.4$$

$$\Lambda = 191$$

$$\rho_C = 120$$

מה צפוי להיות ערך אופציית הרכש
אם בנוסף הריבית בשוק עלתה ב-1%?

שימוש ב- Δ , Γ , Θ ו- ρ

השפעת הריבית:

$$C = 2150 + 51.53 + (51.53 + 0.74) - 18 + 120 = 2355.8$$

מדדי רגישות – תרגיל מסכם

$$\Delta_C = 51.53$$

$$\Gamma = 0.74$$

$$\Theta_C = -18$$

$$\Omega_C = 23.4$$

$$\Lambda = 191$$

$$\rho_C = 120$$

מה צפוי להיות ערך אופציית הרכש
אם בנוסף סטיית התקן עלתה ב- 1%?

שימוש ב- $\Delta, \Gamma, \Theta, \rho, \Lambda$

השפעת סטיית התקן:

$$C = 2150 + 51.53 + (51.53 + 0.74) - 18 + 120 + 191 = 2546.8$$

PUT CALL PARITY – P.C.P

- ה- P.C.P מתאר את הקשר בין אופציית CALL לאופציית PUT עבור אותו מחיר מימוש.
- השקעה בפיקדון + אופציית CALL שקולה ל- השקעה בנכס הבסיס + אופציית PUT.

$$C(Ex) + \frac{Ex}{(1+R)^T} = P(Ex) + S \quad \bullet \text{ בדיד -}$$

$$C(Ex) + Ex \times e^{-RT} = P(Ex) + S \quad \bullet \text{ רציף -}$$

- מאפשר מציאת רווחי ארביטראז' בשוק.

PUT CALL PARITY – P.C.P

- אם כבר נתון או חושב ערך אופציית CALL, ניתן לחשב את מחיר אופציית ה-PUT דרך ה-PCP.

- דוגמא:

- המדד עומד על 980, מחיר מימוש 990

- מחיר אופציית רכש עומד על 2250 ₪

- ריבית חסרת סיכון 4.3% וזמן 3 חודשים (T=0.25).

- לכן:

$$P(E_x) = C(E_x) + \frac{E_x}{(1+R)^T} - S = 2250 + \frac{99,000}{1.043^{0.25}} - 98000 = 2213$$

אסטרטגיות עם אופציות

אסטרטגיות

• אסטרטגיות ערומות

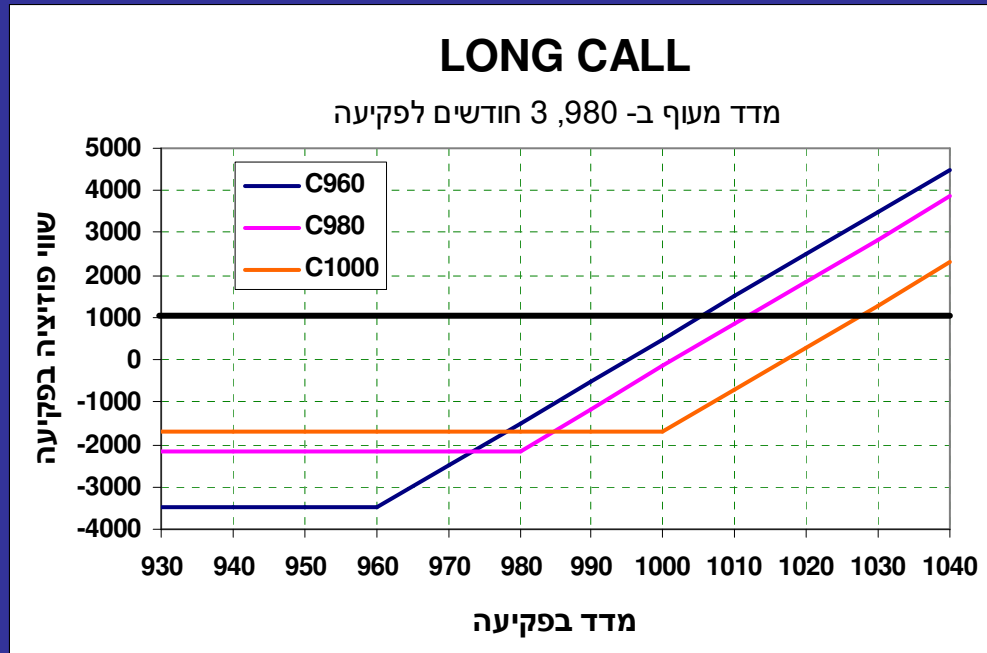
• LONG CALL

• משקיע ישקיע ב- LONG CALL אם הוא חושב כי:

• תהיה עלייה חזקה בנכס הבסיס

• או/ו- עלייה בתנודתיות של מחיר נכס הבסיס

• העלייה תבוא בטווח הקצר



משקיע כזה יהנה מאפקט הגמא (גידול בדלתא) אך יסבול מאפקט התטא (התקצרות הזמן)

אסטרטגיות

• אסטרטגיות ערומות

• LONG PUT

• משקיע ישקיע ב- LONG PUT

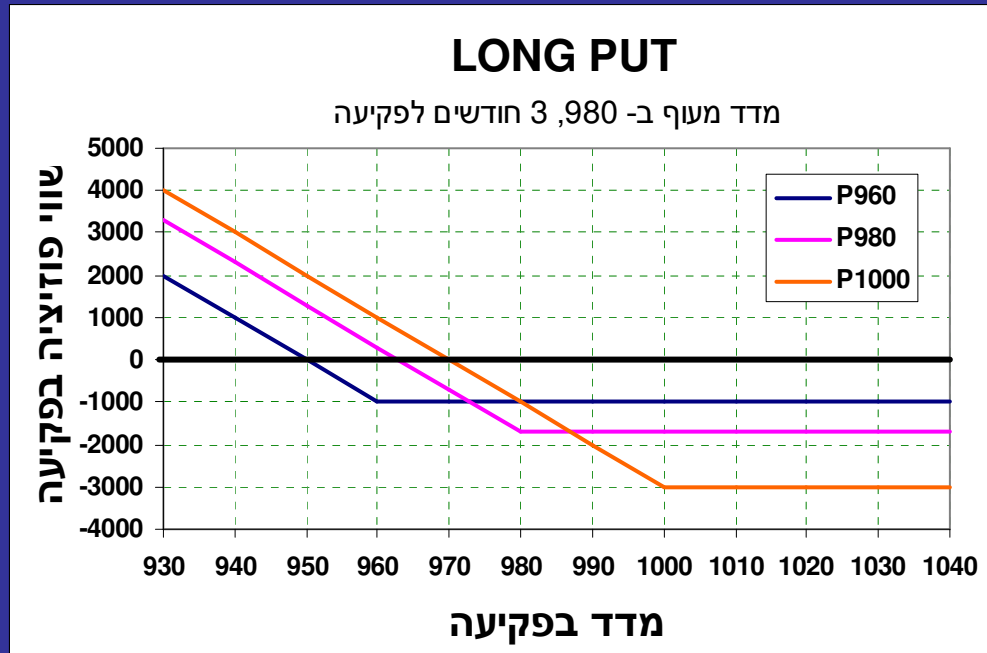
אם הוא חושב כי:

• תהיה ירידה חזקה בנכס הבסיס

• או/ו- עלייה בתנודתיות של מחיר

נכס הבסיס

• העלייה תבוא בטווח הקצר

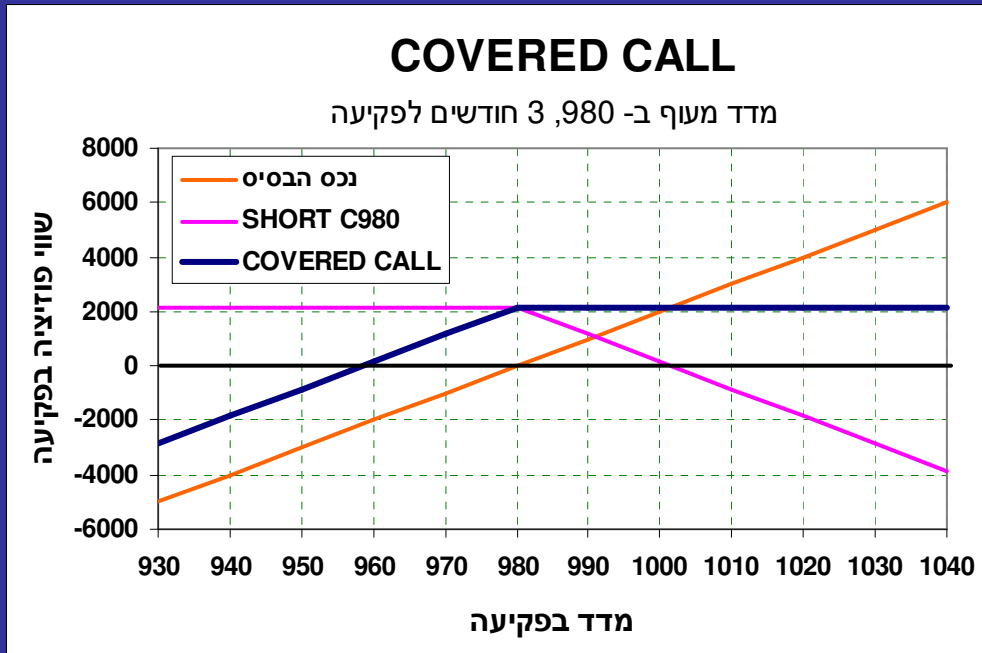


משקיע כזה יהנה מאפקט הגמא (גידול בדלתא) אך יסבול מאפקט התטא (התקצרות הזמן)

אסטרטגיות

• אסטרטגיות הגנה (Hedge Strategies)

• COVERED CALL



• רכישת נכס הבסיס וכתובה מולו של אופציית CALL

• אין צורך בביטחונות באסטרטגיה זאת (תזרים מהאופציה חסום עם נכס הבסיס).

משקיע כזה יהנה מרווח בשוק יציב ויפסיד פחות בשוק יורד, אולם הרווח שלו מוגבל בעליות חזקות בשוק.

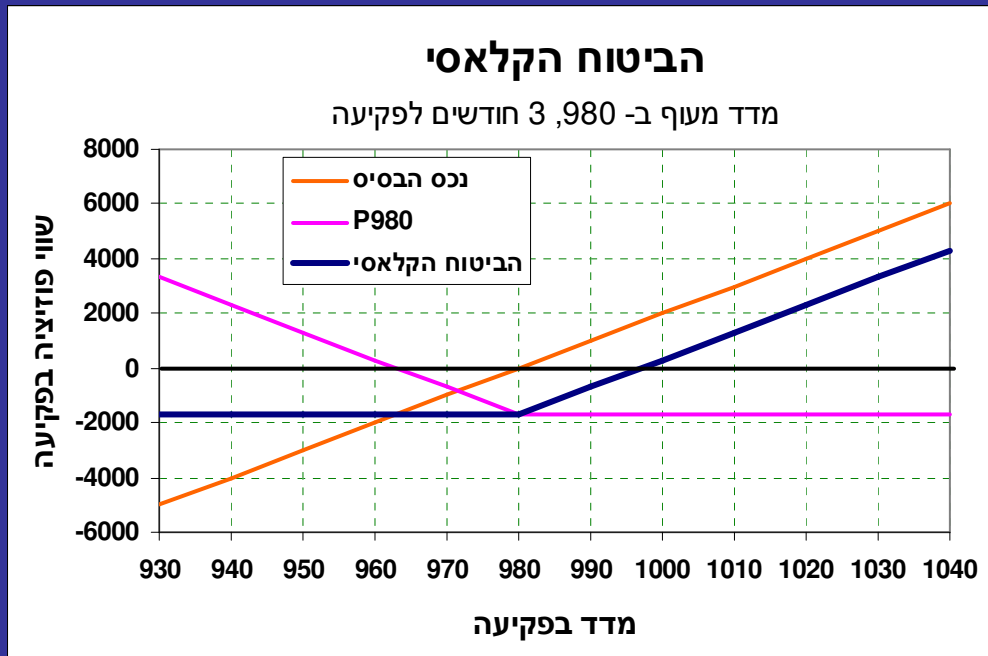
אסטרטגיות

• אסטרטגיות הגנה (Hedge Strategies)

• הביטוח הקלאסי

• רכישת נכס הבסיס + רכישה של אופציית PUT.

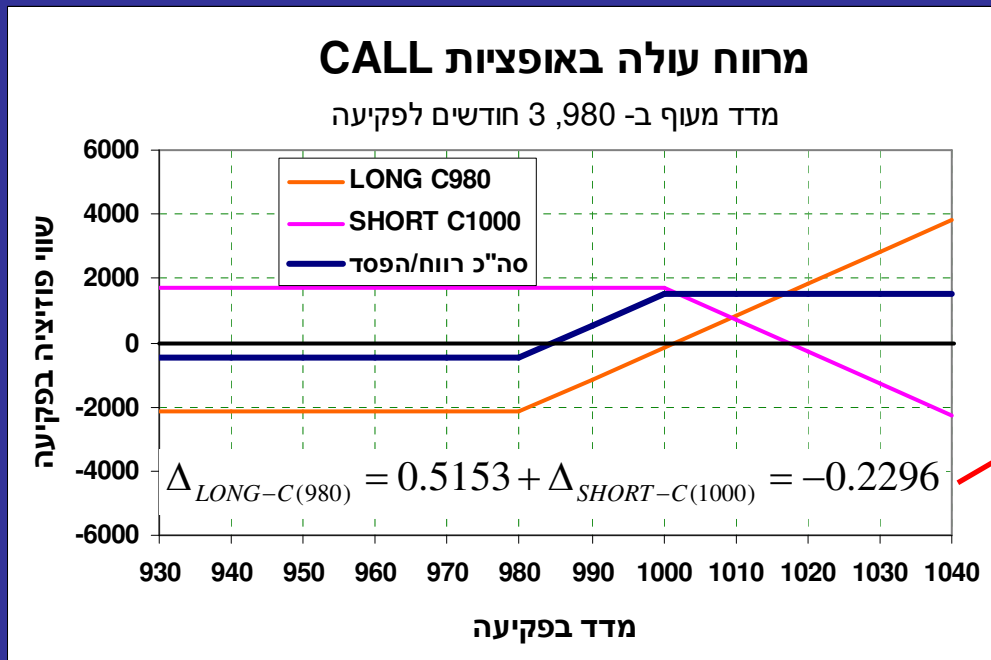
• נקרא הביטוח הקלאסי מאחר והוא בנוי כמו כל ביטוח קלאסי (רכב, בית, חיים...)



הגבלת ההפסד מירידת ערך נכס הבסיס והקטנת הרווח מנכס הבסיס בגודל הפרמיה (מחיר אופציית ה- PUT), מפסיד בשוק יציב.

אסטרטגיות

- אסטרטגיות מרווח (SPREAD)
- **BULL SPREAD - CALL** - עולה ב-



• רכישת אופציית CALL במחיר מימוש נמוך יותר וכתיבת אופציית CALL במחיר מימוש גבוה יותר.

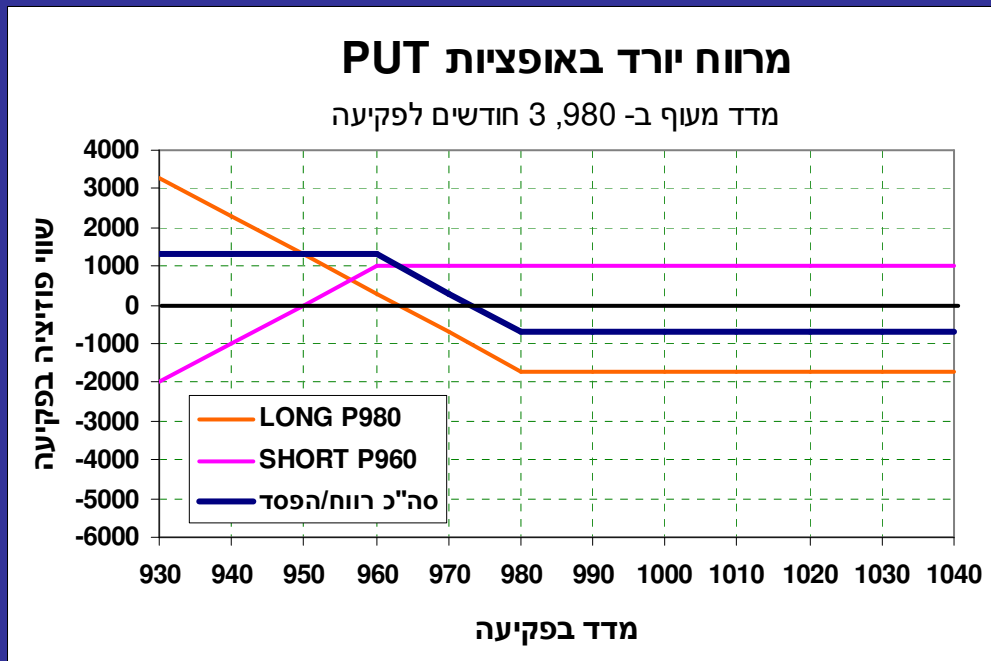
• באסטרטגיית מרווח יש קיזוז של ה- Δ . $\Delta_{\text{אסטרטגיה}} = 0.2857$

• ביצוע הפעולה ההפוכה עם אופציות ה-CALL נקראת מרווח יורד ב-CALL

קונה המרווח מפסיד לכל היותר את עלות המרווח. הרווח המקסימאלי הוא גודל הפרשים בין מחירי המימוש פחות עלות המרווח.

אסטרטגיות

- אסטרטגיות מרווח (SPREAD)
- **מרווח יורד ב- PUT - BEAR SPREAD**



• רכישת אופציית PUT במחיר מימוש גבוה יותר וכתובת אופציית PUT במחיר מימוש גבוה יותר.

• באסטרטגיית מרווח יש קיזוז של ה- Δ .

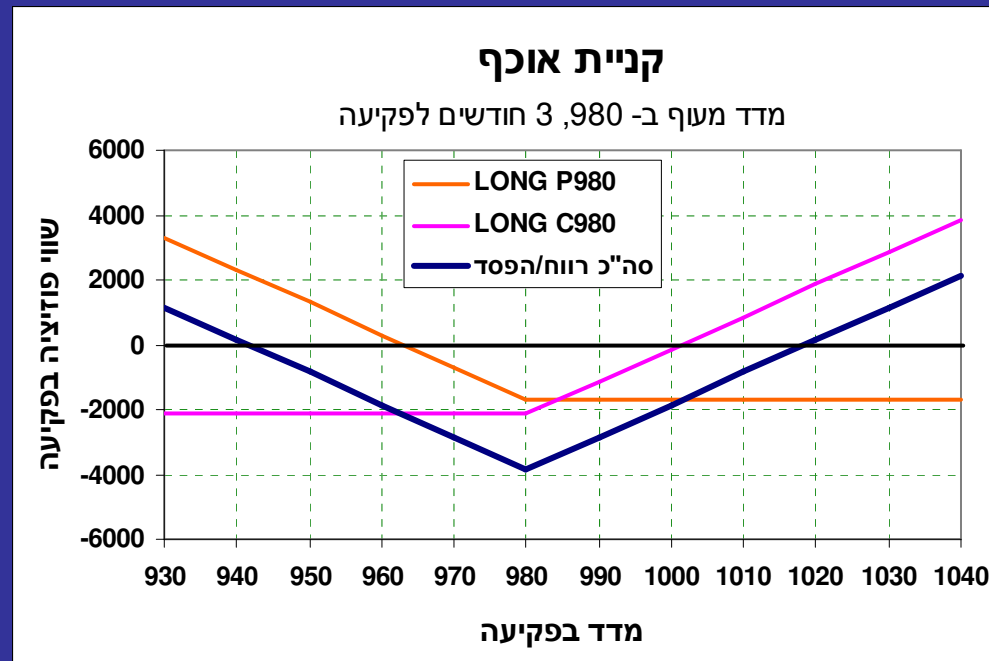
• ביצוע הפעולה ההפוכה עם אופציות ה- PUT נקראת מרווח עולה ב- PUT

קונה המרווח מפסיד לכל היותר את עלות המרווח. הרווח המקסימלי הוא גודל הפרשים בין מחירי המימוש פחות עלות המרווח.

אסטרטגיות

• קניית אוכף

- קניית אופציית רכש ואופציית מכר באותו מחיר מימוש



- ציפיות לעלייה בתנודתיות מבלי לחזות כיוון התנועה. משקיע נהנה מאפקט כפול בווגא וסובל מאפקט כפול של התטא.

אסטרטגיות

• קניית אופף - המשך

	Θ	Δ
LONG CALL	-20	190
LONG PUT	-10	190
שינוי בפוזיציה	-30	380

• כפי שניתן לראות עלייה בתנודתיות תשפיע חזק בהגדלת ערך האסטרטגיה (+1% גידול בסטיית התקן, ללא שינוי בפרמטרים אחרים, יביא לגידול של 380 ₪ בערך הפוזיציה).

• האסטרטגיה נשחקת ב- 30 ₪ כל יום

אסטרטגיות

• קניית אוכף - המשך

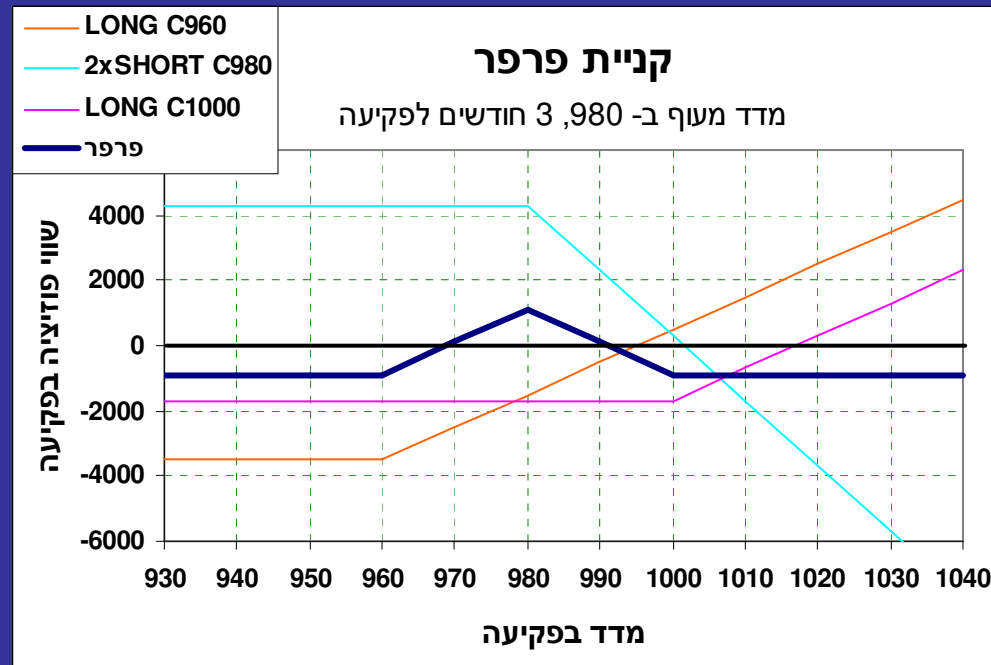
Δ	S=980	S=960	s=1000
LONG CALL(980)	50	40	68
LONG PUT(980)	-50	-60	-32
שינוי בפוזיציה	0	-20	36

- בכסף ה- Δ היא 0. אבל עלייה או ירידה בנכס הבסיס תשנה את ה- Δ דרך ה- Γ (ה- Γ אינה אפס).
- כלומר רוכש האוכף מושפע גם מאפקט הגמא.

אסטרטגיות

קניית פרפר

- מקביל לקניית מרווח עולה + מרווח יורד - קניית 2 אופציית רכש בקצוות ומכירת 2 אופציות רכש באמצע.



- ציפיות לירידה בתנודתיות ולהתייצבות השוק. הימור על מחיר בו יפקעו האופציות. משקיע בפרפר בכסף נהנה מאפקט של התטא וסובל מאפקט הווגא.

אסטרטגיות

• קניית פרפר

	Δ	Θ	Λ
LONG C(960)	70	-10	150
2xSHORT C(980)	$2x-50=-100$	$15x2$	$2x-190=-380$
LONG C(1000)	30	-10	150
שינוי בפוזיציה	0	10	-80

• כאמור נהנה מאפקט של התטא ונסבול מאפקט הווגא.

• הדלתא והגמא הם אפס בפרפר בכסף.

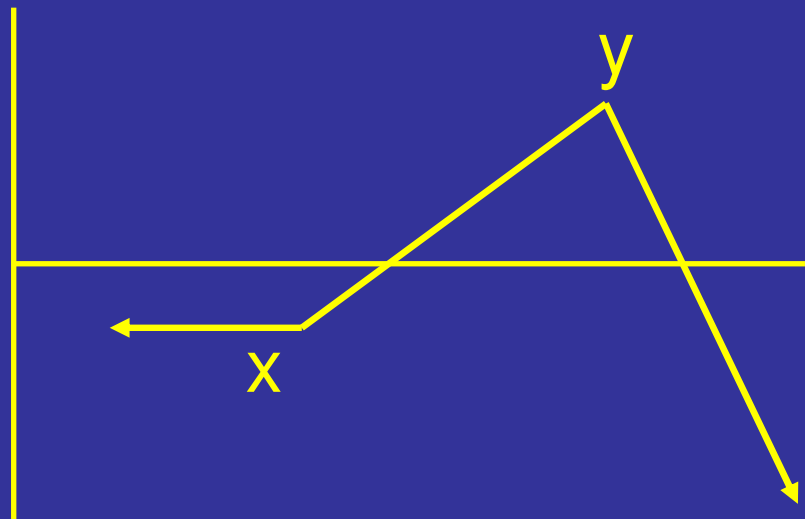
• הקונה של פרפר נהנה מכך שהשינויים בכסף גדולים יותר, כלומר בשוק יציב ערך המכירות ב-SHORT יורד מהר יותר מירידת הערך ב-LONG.

אסטרטגיות

- אסטרטגיות מרווחי יחס
- אסטרטגיות אלו מאופיינות בקניית אופציה מסוג מסוים במחיר מימוש מסוים וכתיבת מספר אופציות מאותו סוג, במחיר מימוש אחר.
- מרווח יחס באופציות CALL
- מרווח יחס הפוך באופציות CALL
- מרווח יחס באופציות PUT
- מרווח יחס הפוך באופציות PUT

אסטרטגיות

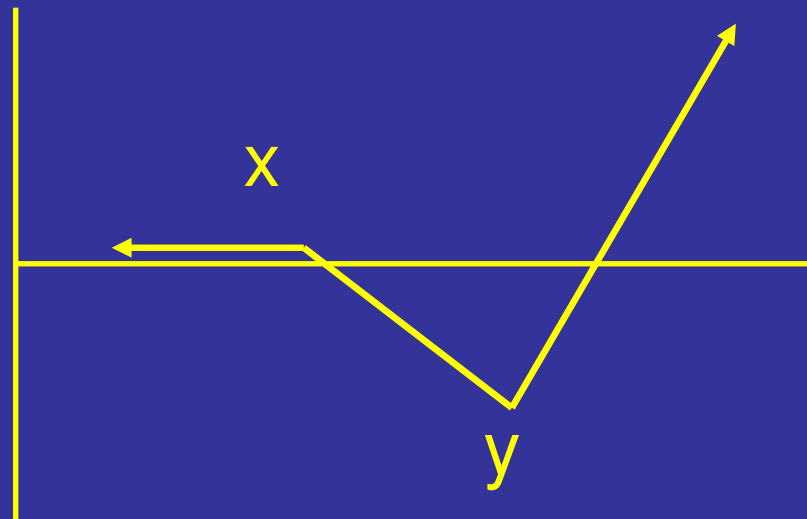
- מרווח יחס באופציות CALL
- קניית אופציית CALL במחיר מימוש x וכתיבת מספר אופציות CALL במחיר מימוש y .



הציפיות הן לעלייה קלה בנכס הבסיס מעבר ל- x עם הגנה מפני ירידה חזקה

אסטרטגיות

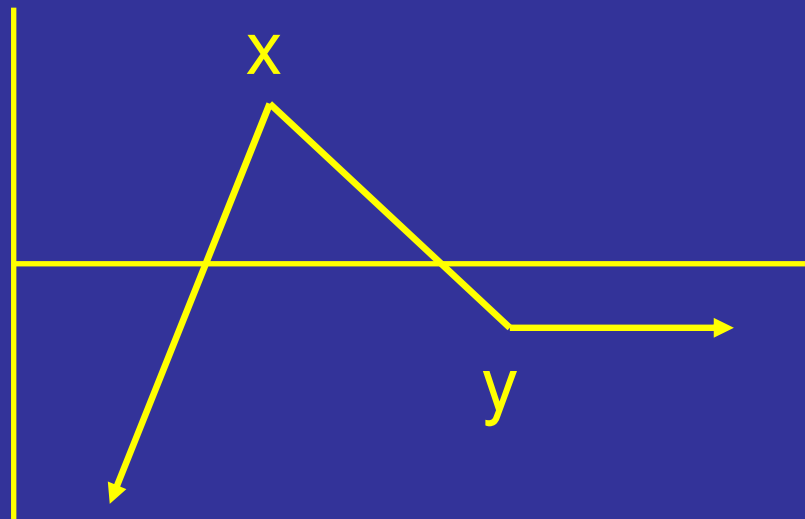
- מרווח יחס הפוך באופציות CALL
- כתיבת אופציית CALL במחיר מימוש x וקניית מספר אופציות CALL במחיר מימוש y .



הציפיות הן לעלייה חדה בנכס הבסיס מעבר ל- y עם הגנה מירידה חזקה

אסטרטגיות

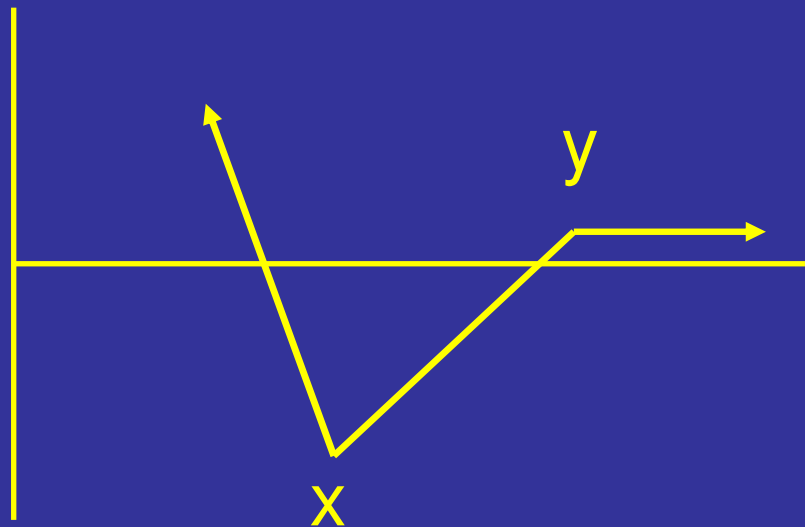
- מרווח יחס באופציות PUT
- קניית אופציית PUT במחיר מימוש y וכתיבת מספר אופציות PUT במחיר מימוש x .



הציפיות הן לירידה קלה בנכס הבסיס מתחת ל- y עם זהירות מפני עלייה חזקה

אסטרטגיות

- מרווח יחס הפוך באופציות PUT
- כתיבת אופציית PUT במחיר מימוש y וקניית מספר אופציות PUT במחיר מימוש x .



הציפיות הן לירידה חדה בנכס הבסיס מתחת ל- x עם הגנה מפני עלייה חזקה

הרחבה נוספת

עסקאות החלפה - SWAPS

- הגדרת SWAPS - עסקת החלפה של זרם תשלומים עתידיים, להבדיל מ-Forward שהינה עסקה עם מועד פקיעה נקוב.
- עסקאות SWAPS הן רב פעמיות ויכולות להמשך שנים רבות.
- מתבצעות בין 2 צדדים ואינן סחירות. מאפשרות הקטנת הסיכונים בחברה.
- עסקאות ה-SWAP תופסות את נפח המסחר הגדול ביותר

עסקאות החלפה - SWAPS

- הנכסים עליהם מתבצעות עסקאות SWAPS:
- עסקאות החלפה בין ריביות.
- עסקאות החלפה בין סוגי מטבעות.
- עסקאות החלפה בין סוגי הצמדה למדדים שונים של סחורות.

עסקאות החלפה - SWAPS

- יהיו S_1 ו- S_2 נכסים הנותנים ריבית r_1 ו- r_2 בהתאמה, אזי מחיר עסקת SWAP לתקופה אחת יהיה להחלפת S_2 ב- S_1 :

$$Swap = \frac{S_1 (1 + R_1)^T}{S_2 (1 + R_2)^T}$$

- ניתן לראות כי המחיר הינו ההפרש בין ערכי החוזים העתידיים לכל נכס.

עסקאות החלפה - SWAPS

- דוגמא:
- חברה א' – חברה יבוא, משלמת ב- \$ ומשולמת ב- ₪.
- חברה ב' – חברה יצוא, משלמת לעובדיה ב- ₪ ומקבלת תשלום על מוצריה ב- \$.
- לחברה א' יש צורך להימנע מפיחות השקל ולחברה ב' יש צורך להימנע מתיסוף.
- פרמטרים בחישוב – מדד, שערי ריבית, שע"ח, תקופות.

ניתוח של מוצר מובנה

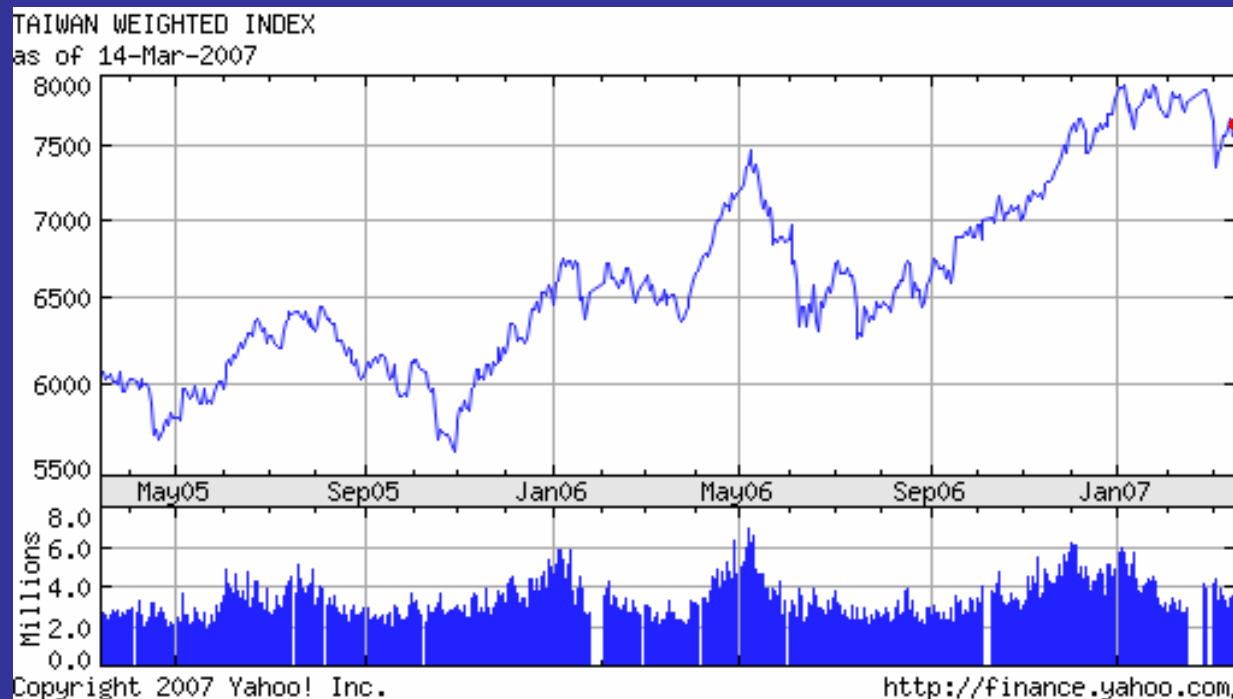
- נבחן מוצר מובנה שקיים בשוק
- יתרון מובנה עם מדד* TWSE של בנק הפועלים.
- **תנאי המוצר:**
- קרן שקלית נומינלית מובטחת בכל מקרה (גם בירידת המדד).
- מענק בשיעור של 100% מעליית מדד TWSE, עבור עלייה של עד 17% במדד. המענק שיתקבל יהיה צמוד לשער הדולר.
- מענק בשיעור של 4%, צמוד לדולר ארה"ב, אם נחצה חסם ה- 17% במדד TWSE אפילו רק פעם אחת, ללא קשר למדד בסיום התקופה.
- תקופת המוצר – שנה, ללא אפשרות יציאה מוקדמת.

*מדד המניות הטיוואני

ניתוח של מוצר מובנה

• יתרון מובנה עם מדד TWSE של בנק הפועלים.

עבר מעל 17% מענק רק של 4% צמוד דולר ללא תלות במחיר סגירה



עד 17% מענק של עד 17%

יורד או ההצמדה לדולר מורידה
קבלת הקרן הנומינלית חזרה

ניתוח של מוצר מובנה

אז מה בעצם הבנק עשה כאן?



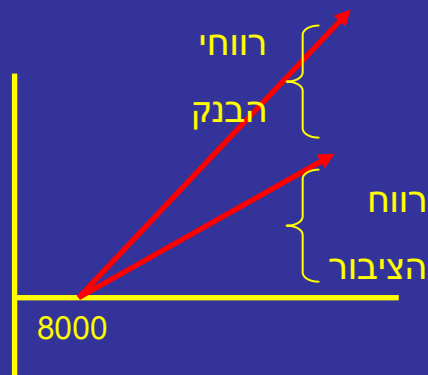
ניתוח של מוצר מובנה

- נניח סכום של 1000 ₪ שמושקעים במוצר הנ"ל.
- תשלום הקרן הנומינאלי בסוף התקופה מצביע כי הסכום הנ"ל מהוון להיום – כלומר 958.8 ₪.
- 958.8 ₪ שיופקדו בריבית חסרת סיכון של 4.3% יתנו 1000 ₪ בסוף התקופה.
- נותרנו עם 41.2 ₪ להשקעה.
- המוצר שלהם צמוד דולר לכן נניח שהמרנו ל-\$.

ניתוח של מוצר מובנה

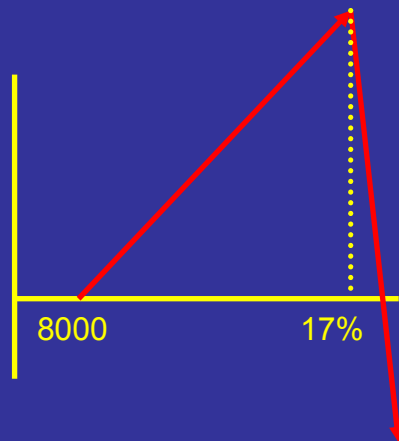
- נניח כי המדד הקובע להתחלת הפעלת המוצר הוא 8000 דולר טיוואני. שהם כ- \$ 240 אמריקאי.
- לנו נותרו 41.2 שנה שהם כ- \$ 10 אמריקאי.
- 17% מ- \$240 הם \$40.8.
- המשמעות היא שיש צורך במנוף אסטרטגיה הגדול מ- 4.1

ניתוח של מוצר מובנה



- מכאן ואילך ישנם כמה אפשרויות.
- אפשרות א'
- הבנק קונה אופציות CALL בכסף על המדד הטיוואני, נותן את האחוז המגיע לציבור ולוקח את ההפרש.
- אפשרות ב'
- קונה חוזה על המדד בכסף, וקונה כהגנה אופציות PUT בכסף.

ניתוח של מוצר מובנה



- אפשרות ג'
- מאחר ויש כאן דרישה של 17% עם חסם מלמעלה, יתכן ומדובר כאן במרווח יחס של אופציות CALL.
- כלומר קניית כמות של אופציות CALL בכסף ומכירת כמות גדולה יותר של אופציות CALL מחוץ לכסף, כך שבהגיע המדד ל-17%, ערך הפוזיציה מתחיל לרדת חזק וממומש בו ברגע.

ניתוח של מוצר מובנה

- יתרונות
- אפשרות לרווחים של 4%-17% באפיק סולידי (בתקופה בה הריבית חסרת הסיכון היא 4.3%).
- בכל מקרה הקרן הנומינלית אינה בסיכון. (לא הריאלית).
- קבלת חשיפה לשווקים שהמשקיע הממוצע לא נתקל בהם בד"כ.
- הגבלת הסחירות היא רק לתקופה של שנה. (בד"כ מוצרים מובנים אחרים הם לתקופות ארוכות יותר).

ניתוח של מוצר מובנה

- חסרונות
- טווח קטן יחסית של תזוזת המדד ביחס לגידול השנתי ההיסטורי (חריגה מהטווח מגבילה את הרווח באופן משמעותי).
- ניתן להניח כי השקעה דומה באופן פרטי הייתה מאפשרת סחירות ורווחים גבוהים יותר.
- נדרשת היכרות עם השוק לפני ביצוע השקעה כזאת. (מצב המשק/ השוק צפוי לעלות בשיעור כפול באותה שנה/ בסיום של גל עליות/ השפעות פוליטיות/ השפעות פנימיות/ צפי להתנהגות הדולר...)
- יתכן והתשואה הריאלית על ההשקעה תהיה נמוכה מפיקדון שקלי לאותה תקופה.

٩١٥